

*Приложение к ОПОП*  
*по специальности 15.02.01 Монтаж и техническая*  
*эксплуатация промышленного оборудования*  
*(по отраслям) (базовая подготовка)*

**Комплект контрольно-оценочных средств по учебной дисциплине**

**Техническая механика**

основной профессиональной образовательной программы (ОПОП)

по специальности

**15.02.01 Монтаж и техническая эксплуатация промышленного  
оборудования (по отраслям)**  
(базовая подготовка)

## **Общие положения**

Комплект контрольно-оценочных средств по общепрофессиональной учебной дисциплине «Техническая механика» разработан для организации и проведения промежуточной аттестации обучающихся 2 курса по очной форме обучения на специальности 15.02.01 Монтаж и техническая эксплуатация промышленного оборудования (по отраслям) (базовая подготовка).

Результатом освоения учебной дисциплины являются приобретенные умения и усвоенные знания, направленные на формирование общих и профессиональных компетенций, предусмотренных ФГОС СПО по специальности 15.02.01 Монтаж и техническая эксплуатация промышленного оборудования (по отраслям) (базовая подготовка).

Формой аттестации по учебной дисциплине является экзамен. Экзамен проводится после окончания 3-го семестра, предусмотренного учебным планом. Экзамен направлен на комплексную проверку знаний и умений обучающихся, освоенных в результате изучения всех разделов учебной дисциплины. Во время экзамена обучающийся отвечает устно на два теоретических вопроса и выполняет одно практическое задание. На выполнение этих заданий обучающимся отводится не более 1,5 академического часа. Материал экзамена предусматривает 30 билетов.

Оценка и контроль учебных достижений обучающихся фиксируется с помощью рейтинговой системы:

- текущий контроль: 72 – 120 баллов;
- промежуточная аттестация: 25 - 40 баллов, которые распределяются следующим образом:
  - теоретический вопрос: 6 – 10 баллов;
  - практическое задание: 19 – 30 баллов.

Оценка по 5-ти балльной системе выставляется в зависимости от количества баллов, набранных обучающимся в течение изучения дисциплины: баллы, полученные в ходе промежуточной аттестации, суммируются с баллами, полученными в ходе текущего контроля. Итоговые баллы переводятся в 5-ти балльную систему в соответствии с «Положением о рейтинговой системе оценки и контроля учебных достижений студентов в образовательном процессе».

Итоговая оценка освоения учебной дисциплины осуществляется на основании следующих интервалов перехода к 5-тибалльной системе:

- **менее 97 баллов– «неудовлетворительно»** – ставится, если обучающийся не ориентируется в основных понятиях, демонстрирует поверхностные знания, если в ходе ответа отсутствует самостоятельность в изложении материала либо звучит отказ дать ответ, допускает грубые ошибки при выполнении заданий аналитического и проектировочного характера, не умеет выполнять практические задания;
- **97 – 125 баллов– «удовлетворительно»** – если обучающийся ориентируется в основных понятиях, строит ответ на репродуктивном уровне, но при этом допускает неточности и ошибки в изложении материала, нуждается в наводящих вопросах, не может привести примеры, допускает ошибки методического характера при анализе дидактического материала и проектировании различных видов деятельности, допускает грубые ошибки при выполнении практических заданий;
- **126 – 144 балла– «хорошо»** – если обучающийся знает материал, строит ответ четко, логично, устанавливает причинно-следственные связи в рамках дисциплины, но допускает незначительные неточности в изложении материала и при демонстрации аналитических и проектировочных умений. В ответе отсутствуют незначительные элементы содержания или присутствуют все необходимые элементы содержания, но допущены некоторые ошибки, иногда нарушалась последовательность изложения, но допускает незначительные ошибки при выполнении практических заданий;
- **145 – 160 баллов– «отлично»** – если обучающийся полно, логично, осознанно излагает материал, выделяет главное, аргументирует свою точку зрения на ту или иную проблему, имеет системные полные знания и умения по составленному вопросу. Содержание вопроса обучающийся излагает связно, в краткой форме, раскрывает последовательно суть изученного материала, демонстрируя прочность и прикладную направленность полученных знаний и умений, не допускает терминологических ошибок и фактических неточностей, выполняет практические задания без ошибок.

## **Раздел 1. Результаты освоения учебной дисциплины, подлежащие проверке**

### **1.1. Освоенные умения**

В результате контроля и оценки по учебной дисциплине осуществляется комплексная проверка следующих **умений**:

**У 1.** Производить расчет на растяжение и сжатие на срез, смятие, кручение и изгиб;

**У 2.** Определять напряжения в конструкционных элементах

**У 3.** Выбирать детали и узлы на основе анализа их свойств для конкретного применения.

### **1.2. Усвоенные знания**

В результате контроля и оценки по учебной дисциплине осуществляется проверка следующих **знаний**:

**З 1.** Основные понятия и аксиомы теоретической механики, законы равновесия и перемещения тел;

**З 2.** Методики выполнения основных расчетов по теоретической механике, сопротивлению материалов и деталям машин;

**З 3.** Основы проектирования деталей и сборочных единиц;

**З 4.** Основы конструирования.

## **Раздел 2. Формы текущего контроля и оценивания по учебной дисциплине**

<b>Раздел / тема дисциплины</b>	<b>Форма контроля и оценивания</b>
<b>Раздел 1. Теоретическая механика</b>	Тестирование, практические занятия, контрольные работы, проверка и оценка индивидуальных заданий и практических работ, проверка внеаудиторных самостоятельных работ. Оценка устных/письменных ответов.
<b>Раздел 2. Сопротивление материалов</b>	Тестирование, практические занятия, контрольные работы, проверка и оценка индивидуальных заданий и практических работ, проверка внеаудиторных самостоятельных работ. Оценка устных/письменных ответов.
<b>УД (в целом):</b>	Экзамен

## **Раздел 3. Оценка освоения учебной дисциплины**

### **3.1. Общие положения**

Основной целью оценки освоения учебной дисциплины «Техническая механика» является оценка освоенных умений и усвоенных знаний.

Оценка учебной дисциплины предусматривает использование рейтинговой системы оценивания.

### **Критерии оценивания теоретического задания**

Устные ответы на теоретический вопрос оцениваются от 6 до 10 баллов.

<b>10 баллов</b>	Ответ на вопрос дан в полном объеме, его изложение логично и последовательно, раскрыты все используемые понятия, правильно приведены примеры
<b>8 - 9 баллов</b>	В ответе на вопрос есть незначительные пробелы, допущены нарушения в системе изложения, раскрыты все используемые понятия, но допущены некоторые неточности, правильно приведены примеры по данному вопросу
<b>6 - 7 баллов</b>	Ответ на вопрос не полный, нет системы изложения, определения используемым понятиям не даны, не все примеры приведены правильно
<b>Менее 6 баллов</b>	Обучающийся не усвоил и не раскрыл основное содержание материала

### **Критерии оценивания практического задания**

Выполнение практического задания оценивается от 19 до 30 баллов.

<b>27 - 30 баллов</b>	задание выполнено полностью; соблюдены все правила оформления расчетной схемы; обучающийся легко ориентируется в схеме и свободно объясняет её, задание выполнено самостоятельно.
<b>23 - 26 баллов</b>	задание выполнено полностью, но с недочетами; при оформлении расчетной схемы допущены 2 – 3 ошибки; обучающийся ориентируется в схеме и читает её, допуская при этом неточности; обучающийся обращался за консультацией к преподавателю не более 2 раз.
<b>19 - 22 баллов</b>	задание выполнено частично; при оформлении расчетной схемы допущено 4 – 6 ошибок; обучающийся с трудом ориентируется в схеме и испытывает трудности при её чтении; обучающийся обращался за консультацией к преподавателю более 2 раз.
<b>Менее 19 баллов</b>	задание не выполнено; оформление расчетной схемы не соответствует заданию; обучающийся не ориентируется в схеме и не умеет её читать; обучающийся не может выполнить работу самостоятельно.

Обучающиеся, набравшие по итогам текущего контроля 120 баллов, могут быть освобождены от экзамена и аттестованы на основании результатов текущего контроля. В этом случае преподаватель добавляет обучающемуся в зачётную ведомость от 36 до 40 баллов автоматически.

### **3.2. Задания для оценки освоения разделов учебной дисциплины**

#### **Теоретическое задание при оценке усвоенных знаний**

Содержание задания		Проверяемые результаты
1	Определение реакций балочных систем.	31, 32, 33
2	Определение равнодействующей плоской системы сходящихся сил	31, 32, 33
3	Решение задач на равновесие система сходящихся сил на плоскости	31, 32, 33
4	Определение опорных реакций балок.	31, 32, 33
5	Определение реакций опор вала.	31, 32, 33
6	Определение координат центра тяжести составных сечений.	31, 32, 33
7	- Определение параметров движения точки для любого вида движения, построение графиков перемещений, скоростей и ускорений для равномерного и неравномерного движения. -Определение параметров вращения тела вокруг неподвижной оси и движения его точек.	31, 32, 33
8	- Определение скорости точек плоских механизмов. - Определение кинематических параметров простейших движений твердого тела.	31, 32, 33
9	Тестирование по теме «Кинематика»	31, 32, 33
10	Решение задач с помощью метода кинетостатики.	31, 32, 33
11	Тестирование по теме «Динамика»	31, 32, 33
12	Тестирование по основным понятиям раздела «Сопротивление материалов»	31, 32, 33
13	- Расчет бруса на растяжение-сжатие. - Определение напряжений в конструкционных элементах при растяжении-сжатии. - Испытание на растяжение образца из низколегированной стали.	31, 32, 33
14	Геометрические характеристики плоских сечений. Определение моментов инерции сложных сечений, имеющих ось симметрии.	31, 32, 33
15	Расчеты на прочность и жесткость при кручении круглого бруса.	31, 32, 33, 34
16	Расчеты на прочность при изгибе. Построение эпюр поперечных сил и изгибающих моментов.	31, 32, 33, 34
17	Расчет бруса круглого поперечного сечения при сочетании основных деформаций.	31, 32, 33, 34
18	Расчет на устойчивость сжатого стержня.	31, 32, 33, 34

### **Практическое задание при оценке освоенных умений**

Практические задания согласно вариантам может выполняться как в ручной, так и в компьютерной графике. Для выполнения задания обучающиеся должны иметь чертежные принадлежности, калькулятор и бумагу. Допускается использование обучающимися конспекта лекций и нормативно-справочной литературы.

<b>Содержание задания</b>	<b>Проверяемые результаты</b>
По выданному заданию (карточки индивидуально каждому обучающемуся) надо построить расчетную схему, согласно выданного задания определить неизвестные и построить эпюры, графики.	У1, У2

### **Задания для проведения теста по дисциплине «Техническая механика» СТАТИКА**

Тестовые задания по дисциплине «Техническая механика» для специальности 15.02.01 Монтаж и техническая эксплуатация промышленного оборудования (по отраслям) (базовая подготовка) по теме «Статика». При выполнении теста проверяются компетенции ОК и ПК.

Всего предусмотрено 25 вопросов, к каждому вопросу предложено 4 варианта ответов, в которые заложен один правильный ответ.

Критерии оценки:

«5»-25...23

«4»-22...19

«3»-18...13

«2»-<13

#### **1. Что называется силой?**

- а) давление одного тела на другое,
- б) мера воздействия одного тела на другое,
- в) величина взаимодействия между телами,
- г) мера взаимосвязи между телами (объектами).

#### **2. Назовите единицу измерения силы?**

- а) Паскаль,

- б) Ньютон,
- в) Герц,
- г) Джоуль.

**3. Какая система сил называется уравновешенной?**

- а) две силы, направленные по одной прямой в разные стороны,
- б) две силы, направленные под углом  $90^\circ$  друг к другу,
- в) несколько сил, сумма которых равна нулю,
- г) система сил, под действием которых свободное тело может находиться в покое.

**4. Чему равна равнодействующая трёх приложенных к телу сил, если  $F_1=F_2=F_3=10\text{кН}$ ?**

- а) 25 кН,
- б) 30 кН,
- в) 10 кН,
- г) 20 кН.

**5. Какого способа не существует при сложении сил, действующих на тело?**

- а) геометрического;
- б) графического;
- в) тензорного;
- г) аналитического.

**6. Две силы  $F_1=30\text{Н}$  и  $F_2=40\text{Н}$  приложены к телу под углом  $90^\circ$  друг другу. Чему равна их равнодействующая?**

- а) 70Н,
- б) 10Н,
- в) 50Н,
- г) 120Н.

**7. Что называется моментом силы относительно точки (центра)?**

- а) произведение модуля этой силы на время её действия,
- б) отношение силы, действующей на тело, к промежутку времени, в течение которого эта сила действует,
- в) произведение силы на квадрат расстояния до точки (центра),
- г) произведение силы на кратчайшее расстояние до этой точки (центра).

**8. Когда момент силы считается положительным?**

- а) когда под действием силы тело движется вперёд,
- б) когда под действием силы тело вращается по ходу часовой стрелки,
- в) когда под действием силы тело движется назад,
- г) когда под действием силы тело вращается против хода часовой стрелки.

**9. Что называется парой сил?**

- а) две силы, результат действия которых равен нулю.
- б) любые две силы, лежащих на параллельных прямых.
- в) две силы, лежащие на одной прямой, равные между собой, но противоположные по направлению.
- г) две силы, лежащие на параллельных прямых, равные по модулю, но противоположные по направлению.

**10. Из каких разделов состоит теоретическая механика?**

- а) статика, кинематика, динамика;
- б) электродинамика, динамика, статика;
- в) статика, кинематика, электромагнетизм;
- г) статика, динамика, оптика.

**11. Что называется материальной точкой?**

- а) любое материальное тело, размером которого в условиях данной задачи можно пренебречь;
- б) материальное тело, размеры которого не изменяются
- в) материальное тело, размеры которого очень малы;
- г) геометрическое тело, обладающей массой;

**12. Что называется абсолютно твердым телом?**

- а) тело, расстояние между любыми двумя точками которые остаются постоянными;
- б) тело, форма которого очень мало меняется, а расстояние между точками меняется;
- в) тело, расстояние между точками которое мало меняется, а форма тела остается постоянной ;
- г) правильного ответа среди указанных нет.

**13. Разложение силы на две составляющие сводится к построению:**

- а) параллелограмма сил;

- б) квадрата;
- в) треугольника сил;
- г) равнодействующей силы.

**14. Что называется равнодействующей системы сил?**

- а) сила, равная векторной сумме всех сил данной системы;
- б) сила, неэквивалентная данной системе сил;
- в) сила, модуль которой равен сумме модулей данной системы;
- г) сила, из этой же системы сил, равная сумме остальных сил этой системы.

**15. Выбрать правильные уравнения равновесия произвольно плоской системы?**

- а)  $\begin{cases} \sum F_{kx} = 0, \\ \sum F_{ky} = 0, \\ \sum m_x(F_k) = 0, \end{cases}$
- б)  $\begin{cases} \sum F_{xx} = 0, \\ \sum F_{xy} = 0, \sum(F_{xy}) = 0, \\ \sum(F_{xy}) = 0, \end{cases}$
- в)  $\begin{cases} \sum m_x(F_x) = 0, \\ \sum m_y(F_x) = 0, \\ \sum m_z(F_x) = 0, \end{cases}$
- г)  $\begin{cases} \sum m_A(F_x) = 0, \\ \sum m_B(F_x) = 0, \\ \sum m_C(F_x) = 0 \end{cases}$

**16. Сила является вектором:**

- а) скользящим;
- б) скользящим;
- в) постоянным;
- г) свободным.

**17. Как изменится момент силы, если плечо силы увеличить в 2 раза?**

- а) увеличится в 2 раза;
- б) уменьшится в 2 раза;
- в) не изменится;
- г) увеличится в 4 раза.

**18. Как изменится момент силы, если плечо уменьшить в 2 раза?**

- а) увеличится в 2 раза;
- б) уменьшится в 2 раза;
- в) не изменится;
- г) увеличится в 4 раза.

**19. Как изменится момент силы, если, не изменяя плеча силы, уменьшить модуль силы в 3 раза?**

- а) не изменится;
- б) увеличится в 3 раза;
- в) уменьшится в 2 раза;
- г) уменьшится в 3 раза.

**20. Момент силы определяется выражением (М- момент силы, F-сила, а -плечо силы)?**

- а)  $M = \frac{F}{a}$
- б)  $M = Fa$
- в)  $M = \frac{a}{F}$
- г)  $M = \frac{Fa}{F}$

**21. Система сходящихся сил – это:**

- а) системой сходящихся сил называется совокупность сил, линии действия которых пересекаются в одной точке;
- б) системой сходящихся сил называется совокупность сил, приложенных в нескольких точках;
- в) системой сходящихся сил называется совокупность сил, линии действия которых не пересекаются;
- г) системой сходящихся сил называется совокупность сил, линии действия которых пересекаются в нескольких точках.

**22. Единица измерения момента силы?**

- а)  $M [H \cdot m]$
- б)  $M [H/m]$
- в)  $M [H \cdot m^2]$
- г)  $M [m \cdot H^2]$

**23. Чем характеризуется сила?**

- а) моментом силы;
- б) только направлением;
- в) точкой приложения;

г) точкой приложения, модулем, направлением.

**24. Число уравнений равновесия в системе сходящихся сил?**

- а) 3;
- б) 2;
- в) 4;
- г) 6

**25. Жесткая заделка (число реакций связи)?**

- а) 1;
- б) 2;
- в) 3;
- г) 4

**Ключ к тесту по теме «Статика»**

1 б)	6 в)	11 а)	16 б)	21 а)
2 б)	7 г)	12 а)	17 а)	22 а)
3 в)	8 б)	13 а)	18 б)	23 г)
4 б)	9 г)	14 а)	19 г)	24 б)
5 в)	10 а)	15 г)	20 б)	25 в)

**Тест на тему «ТРЕНИЕ»**

Всего предусмотрено 10 вопросов, к каждому вопросу предложено 4 варианта ответов, в которые заложен один правильный ответ.

Критерии оценки:

«5»-10...9

«4»-8...7

«3»-7...6

«2»- ≤ 5

**1. Какая формулировка соответствует понятию «трение»?**

- а) количественная мера взаимодействия тел, являющаяся причиной появления ускорения тел
- б) явление сохранения телом скорости в случае, когда равнодействующая

сил, действующих на тело, равна нулю

в) взаимодействие, возникающее в месте соприкосновения тел и препятствующее их относительному движению

г) среди предложенных ответов нет верного

**2. Силу, возникающую при взаимодействии соприкасающихся тел называют:**

а) силой упругости

б) силой трения

в) силой тяжести

г) среди предложенных ответов нет верного

**3. Санки скатываются с горы. Какой вид силы трения действует на санки?**

а) сила трения покоя

б) сила трения скольжения

в) сила трения качения

г) среди предложенных ответов

**4. Перемещая ящик по полу с постоянной скоростью, прилагают силу, равную 5Н. Чему равна сила трения:**

а) отсутствует

б) 1Н

в) 5Н

г) 10Н

**5. В гололедицу тротуары посыпают песком, при этом сила трения подошв обуви о лед...**

а) увеличивается

б) не изменяется

в) уменьшается

г) равна нулю

**6. При смазке трущихся поверхностей сила трения...**

а) уменьшается

б) не изменяется

в) увеличивается

г) равна нулю

**7. Какая сила остановила мяч, катившийся по ровной без препятствий дороге?**

- а) сила тяжести
- б) сила упругости
- в) сила трения
- г) вес тела

**8. При каком виде трения тел возникает наибольшая сила трения?**

- а) при трении скольжения
- б) при трении покоя
- в) при трении качения
- г) при всех видах трения силы одинаковы

**9. Трение полезно в случае...**

- а) хождения по ледяному насту
- б) скатывания санок с горки
- в) скольжения хоккейной шайбы
- г) движения отдельных частей часового механизма

**10. Силу трения измеряют...**

- а) барометром
- б) манометром
- в) динамометром
- г) термометром

**Если ты попробуешь взять санки, то заметишь, что по земле их тянуть значительно тяжелее (рис. 1), чем по снегу (рис. 2). В чем же дело?**

**Показать направление действующих сил на санки с грузом.**



Рис. 1



Рис. 2

### Ключ к тесту по теме «Сила трения»

1	2	3	4	5	6	7	8	9	10
в	б	б	в	а	а	в	б	а	в

### Задания для проведения теста по дисциплине «Техническая механика» КИНЕМАТИКА

Тестовые задания по дисциплине «Техническая механика» для специальности 15.02.01 Монтаж и техническая эксплуатация промышленного оборудования (по отраслям) (базовая подготовка) по теме «Кинематика». При выполнении теста проверяются компетенции ОК и ПК.

Всего предусмотрено 15 вопросов, к каждому вопросу предложено 4 варианта ответов, в которые заложен один правильный ответ.

Критерии оценки:

«5»- 15...13

«4»- 12...10

«3»- 9...7

«2» < 7

#### 1. Ускорение точки имеет обозначение:

а)  $\frac{d\vec{v}}{dt}$ ;

б)  $\frac{dw}{dt}$ ;

в)  $\frac{d^2f}{dt}$ ;

г)  $w^2 R$ .

#### 2. Как взаимно расположены касательное и нормальное ускорения?

а) под острым углом;

б) перпендикулярно;

в) параллельно;

г) сонаправленно.

#### 3. Вектор угловой скорости при равномерном вращательном движении твердого тела?

- а)  $\omega = \frac{d\varphi}{dt}$
- б)  $\varepsilon = \frac{d\varphi}{dt}$
- в)  $\varepsilon = \frac{d\varphi}{dz} \bar{k}$
- г)  $\varepsilon = \frac{d\varphi}{dx} \bar{k}$

**4. Угловое ускорение при вращательном движении твердого тела?**

- а)  $\varepsilon = \frac{d\bar{\omega}}{dt}$
- б)  $\omega = \frac{d\varphi}{dt}$
- в)  $\varepsilon = \frac{d\bar{\omega}}{dx}$
- г)  $\varepsilon = \frac{d\bar{\omega}}{dy}$

**5. Какая формула верна?**

- а)  $\omega = \pi n$
- б)  $\varepsilon = \frac{\pi\omega}{30}$
- в)  $\omega = \frac{\pi\varphi}{30}$
- г)  $\omega = \frac{\pi n}{30}$

**6. Среднее ускорение точки:**

- а)  $\overline{a_{cp}} = \frac{\Delta \bar{S}}{\Delta t}$
- б)  $\bar{a}_{opt} = \frac{\Delta \bar{V}}{\Delta S}$
- в)  $\overline{a_{cp}} = \frac{\Delta \bar{V}}{\Delta t}$
- г)  $\bar{a}_{opt} = \frac{\Delta t}{\Delta S}$

**7. Точка движется в плоскости XOY согласно уравнениям:**

**$x = 3t$ ,  $y = 4t^2$ . Определить ускорение точки?**

- а)  $8\text{м/с}^2$
- б)  $9\text{м/с}^2$
- в)  $7\text{м/с}^2$
- г)  $8,5\text{м/с}^2$

**8. Тело движется со скоростью 10м/с. Вычислите путь, пройденный за 20с?**

- а) 0,2 м
- б) 20 м
- в) 2 км
- г) 200 м

**9. Тело, двигаясь равномерно, прошло 20 м за 2 с. Вычислите скорость тела?**

- а) 40 м/с
- б) 20 м/с
- в) 10 м/с
- г) 0,4 м/с

**10. Единице какой физической величины соответствует выражение м/с?**

- а) ускорения
- б) скорости
- в) импульса
- г) перемещения

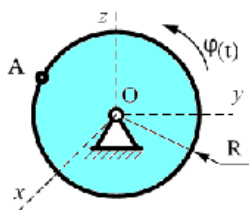
**11. Тело равномерно движется по окружности с линейной скоростью 3м/с. Зная, что центростремительное (нормальное) ускорение тела равно 9м/с<sup>2</sup>, вычислите радиус окружности.**

- а) 0,5м
- б) 1м
- в) 2м
- г) 3м

**12. Вращение колеса относительно неподвижной оси задано уравнением  $\varphi = 11 + 2t^3$ , где  $\varphi$  - угол в радианах,  $t$  - время в секундах. Угловое ускорение колеса в момент времени 1с равно (рад/с<sup>2</sup>).**

- а) 12
- б) 36
- в) 18
- г) 16

**13. Диск радиуса R=20 см вращается вокруг оси Oх по закону  $\varphi = 2 + 3t$  ( $\varphi$  в радианах,  $t$  в секундах). Скорость точки А при  $t= 2$  с будет равна?**



- а) 30 см/с
- б) 80 см/с
- в) 60 см/с
- г) 32 см/с

**14. Определите модуль полной скорости точки, если заданы проекции скорости на оси координат:  $v_x = 3$  м/с,  $v_y = 4$  м/с.**

- а) 5 м/с;
- б) 6 м/с;
- в) 4 м/с;
- г) 25 м/с

**15. Точка движется по прямой с постоянным ускорением, направленным противоположно скорости. Определить, как движется точка?**

- а) равномерно;
- б) равномерно-ускоренно;
- в) равномерно-замедленно.
- г) стоит на месте

**Ключ к тесту по теме «Кинематика»**

1)а	6)в	11)б
2)б	7)а	12)а
3)а	8)г	13)в
4)а	9)в	14)а
5)г	10)б	15)в

### Задания для проведения теста по дисциплине «Техническая механика» ДИНАМИКА

Тестовые задания по дисциплине «Техническая механика» для специальности 15.02.01 Монтаж и техническая эксплуатация промышленного

оборудования (по отраслям) (базовая подготовка) по теме «Динамика». При выполнении теста проверяются компетенции ОК и ПК.

Всего предусмотрено 10 вопросов, к каждому вопросу предложено 4 варианта ответов, в которые заложен один правильный ответ.

Критерии оценки:

«5»- 10...9

«4»- 8...7

«3»- 6...5

«2» < 5

**1. Вычислите ускорение, сообщаемое телу массой 20 кг силой 120 Н?**

а)  $0,6 \text{ м/с}^2$

б)  $6 \text{ м/с}^2$

в)  $10 \text{ м/с}^2$

г)  $5 \text{ м/с}^2$

**2. Ускорение тела при увеличении силы, приложенной к нему, в 2 раза.**

а) увеличится в 2 раза

б) уменьшится в 2 раза

в) не изменится

г) увеличится в 4 раза

**3. Как движется тело, если равнодействующая сил, действующих на тело,  $F_x = 0$  равна нулю?**

а) равномерно по окружности прямолинейно равномерно

б) равноускоренно

в) равнозамедленно

г) прямолинейно равномерно

**4. Тело под действием постоянной горизонтальной силы  $F = 1 \text{ Н}$  поднимается по наклонной поверхности (угол наклона поверхности равен  $60^\circ$ ). Если тело пройдет путь 1 м по наклонной поверхности, то сила совершит работу равную?**

а) 0,654

б) 0,866

в) 0,500

г) 0,932

**5. Тело массой 10 кг движется поступательно с ускорением  $20 \text{ м/с}^2$ . Тогда модуль главного вектора сил инерции равен?**

- а) 200Н
- б) 400Н
- в) 100Н
- г) 2Н

**6. Каким выражением определяется работа силы,  $\vec{F}$  действующей в направлении движения?**

- а)  $A = FS \operatorname{ctg} \alpha$
- б)  $A = FS \operatorname{tg} \alpha$
- в)  $A = FS \sin \alpha$
- г)  $A = FS \cos \alpha$

**7. Какова единица мощности в СИ?**

- а) Джоуль
- б) Ньютон
- в) Паскаль
- г) Ватт

**8. Какую работу выполняет двигатель мощностью 60 Вт за 30 с?**

- а) 18 Дж
- б) 1800 Дж
- в) 0,18 Дж
- г) 200 Дж

**9. Каким выражением определяется кинетическая энергия?**

- а)  $\frac{mv^2}{2}$
- б)  $\frac{mv}{2}$
- в)  $mv$
- г)  $\frac{m^2v^2}{2}$

**10. Основной закон динамики равномерного движения выражается следующим выражением:**

- а)  $\vec{F} dt = m d\vec{v}$ ;
- б)  $M dt = d(I\omega)$ ;
- в)  $I \frac{d\omega}{dt} = M$ ;
- г)  $\vec{F} = m\vec{a}$

### **Ключ к тесту по теме «Динамика»**

- |      |       |
|------|-------|
| 1 б) | 6 г)  |
| 2 а) | 7 г)  |
| 3 г) | 8 б)  |
| 4 в) | 9 а)  |
| 5 а) | 10 г) |

### **Задания для проведения теста по дисциплине «Техническая механика» Раздел 2 СОПРОТИВЛЕНИЕ МАТЕРИАЛА**

Тестовые задания по дисциплине «Техническая механика» для специальности 15.02.01 Монтаж и техническая эксплуатация промышленного оборудования (по отраслям) (базовая подготовка) по разделу «Соппротивление материала». При выполнении теста проверяются компетенции ОК и ПК.

Всего предусмотрено 20 вопросов, к каждому вопросу предложено 3 варианта ответов, в которые заложен один правильный ответ.

Критерии оценки:

«5»- 20...17

«4»- 16...14

«3»-13...10

«2» < 10

#### **1. Сопромат изучает:**

- а) способность конструкции подвергаться коррозии
- б) способность конструкции сохранять заданную скорость движения
- в) способность конструкции противостоять внешним нагрузкам

#### **2. Прочность это:**

- а) способность противостоять деформации
- б) способность выдерживать ударную нагрузку
- в) способность противостоять разрушению

#### **3. При чистом растяжении в сечениях возникают:**

- а) касательные напряжения

- б) нормальные напряжения
- в) касательные и нормальные напряжения

**4. Закон Гука устанавливает зависимость:**

- а) между напряжениями и нагрузками
- б) между нагрузкой и деформацией
- в) между деформацией и жесткостью бруса

**5. При кручении бруса в его сечениях возникают:**

- а) касательные напряжения
- б) нормальные напряжения
- в) касательные и нормальные напряжения

**6. Какой вид изгиба не изучает сопромат:**

- а) прямой
- б) кривой
- в) косой

**7. Напряжение в сечениях бруса обратно пропорционально:**

- а) площади сечения
- б) прилагаемой нагрузке
- в) удлинению бруса

**8. Что означает математическое выражение:  $\sigma \leq [\sigma]$ ?**

- а) закон Гука
- б) коэффициент запаса прочности
- в) условие прочности

**9. Тело, один размер которого значительно больше двух других, называется:**

- а) оболочкой
- б) стержнем
- в) массивом

**10. Момент силы относительно точки это:**

- а) время воздействия силы на точку
- б) произведение силы на расстояние от точки до линии действия силы
- в) расстояние от вектора силы до точки в данный момент времени

(мгновенное расстояние)

**11. Допущение об однородности материала предполагает, что:**

- а) материал тела обладает одинаковыми свойствами во всех направлениях
- б) материал тела имеет непрерывное строение и представляет собой сплошную среду
- в) в материале тела отсутствуют механические дефекты (микротрещины, раковины и т. п.).

**12. Изменение размеров и формы тела под действием внешних сил называется**

- а) деформацией
- б) разрушением
- в) критическим состоянием

**13. Относительная линейная деформация имеет размерность:**

- а)  $\text{мм}^2$
- б) Па
- в) безразмерная

**14. Материал называется изотропным, если:**

- а) материал сплошным образом заполняет пространство
- б) напряженное состояние во всех его точках одинаково
- в) свойства материала по всем направлениям одинаковы

**15. Внутренние силовые факторы в поперечном сечении стержня находят с помощью:**

- а) метода нормальных сил
- б) метода сечений
- в) метода перемещений

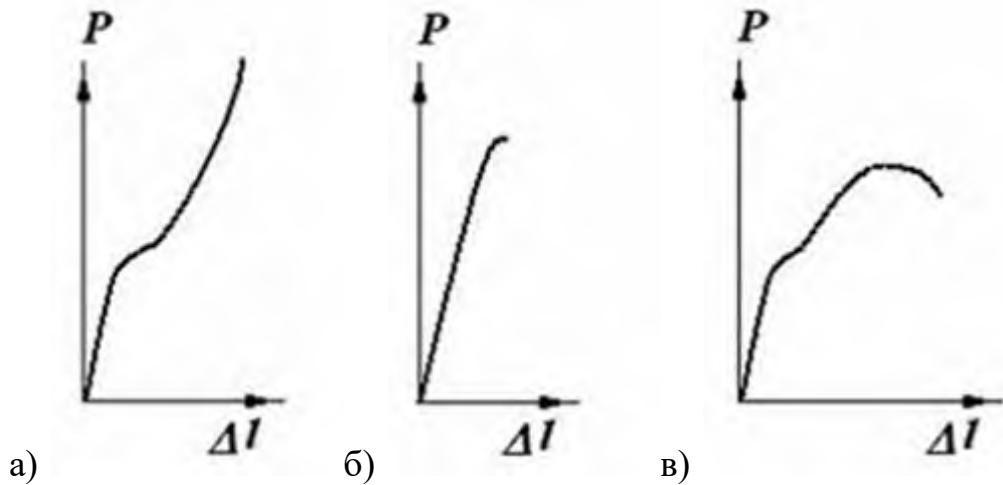
**16. Предельным напряжением при статической нагрузке для пластичных материалов является:**

- а) предел текучести
- б) предел усталости
- в) предел прочности

**17. Предельным напряжением при статической нагрузке для хрупких материалов является:**

- а) предел текучести
- б) предел усталости
- в) предел прочности

**18. Сжатию образца из пластичного материала с площадкой текучести соответствует диаграмма, приведенная на рисунке**



**19. Как обозначают допускаемые напряжения?**

- а)  $[\sigma], [\tau]$
- б)  $\sigma_{np}; \tau_{np}$
- в)  $\sigma_T; \tau_{-0,2}$

**20. Жесткая заделка (число реакций связи)?**

- а) 1;
- б) 2;
- в) 3.

**Ключ к тесту по теме «Сопротивление материалов»**

1 в)	6 б)	11 б)	16 а)
2 в)	7 в)	12 а)	17 в)
3 б)	8 в)	13 в)	18 в)
4 в)	9 а)	14 в)	19 а)
5 а)	10 б)	15 б)	20 в)

**Задания для проведения теста по дисциплине  
«Техническая механика»**

**Разделы 1, 2 ТЕОРЕТИЧЕСКАЯ МЕХАНИКА И СОПРОТИВЛЕНИЕ  
МАТЕРИАЛА**

Тестовые задания по дисциплине «Техническая механика» для специальности 15.02.01 Монтаж и техническая эксплуатация промышленного оборудования (по отраслям) по разделам «Теоретическая механика» и «Соппротивление материала». При выполнении теста проверяются компетенции ОК и ПК.

Всего предусмотрено 20 вопросов, к каждому вопросу предложено 4 варианта ответов, в которые заложен один правильный ответ.

Критерии оценки:

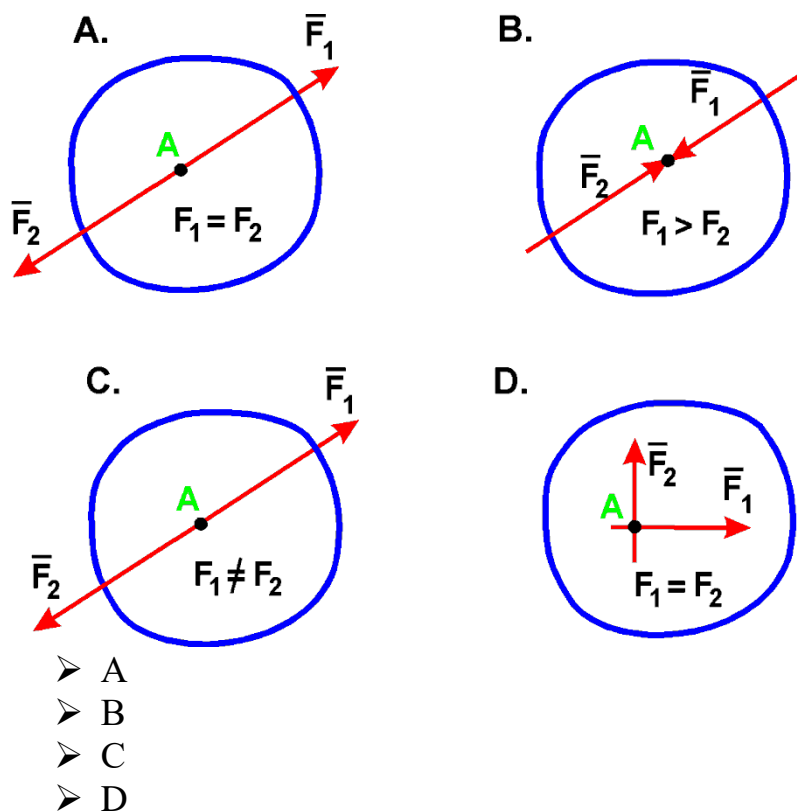
«5»- 20...17

«4»- 16...14

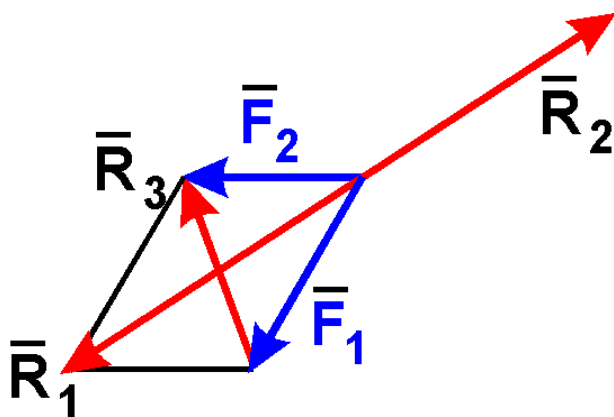
«3»-13...10

«2» < 10

**1. В каком случае тело находится в равновесии?**

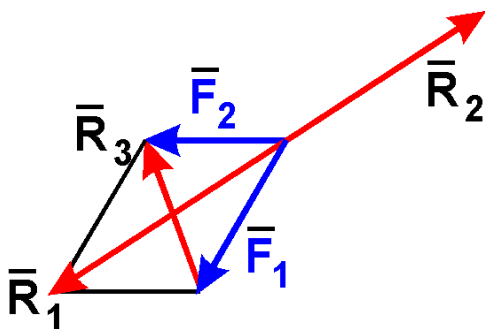


**2. Какая сила будет равнодействующей сил  $F_1$  и  $F_2$ :**



- A.  $R_1$ ;
- B.  $R_2$ ;
- C.  $R_3$ ;
- D. Ни одна из сил

**3. Какая сила будет уравновешивающей для  $F_1$  и  $F_2$ :**



- A.  $R_1$ ;
- B.  $R_2$ ;
- C.  $R_3$ ;
- D. Ни одна из сил

**4. Состояние твердого тела не изменится, если:**

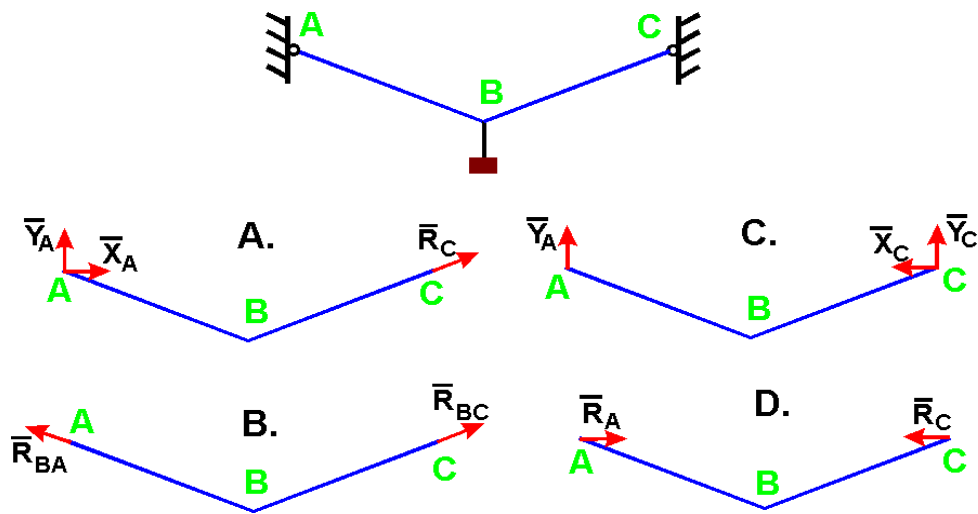
- A. Добавить пару сил;
- B. Добавить уравновешивающую силу;
- C. Одну из сил параллельно перенести в другую точку тела;
- D. Добавить уравновешенную систему сил.

**5. Какое тело называется несвободным?**

- A. Тело, которое может перемещаться по всем направлениям;
- B. Тело, движение которого ограничено связью;
- C. Тело, которое может двигаться по вертикали;

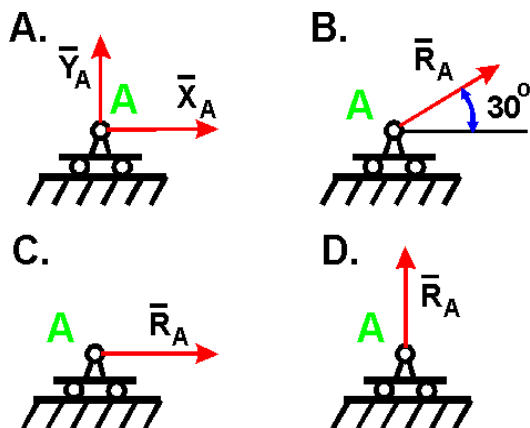
- D. Тело, которое может двигаться по горизонтали.

6. Укажите направления реакций связей невесомых стержней АВ и ВС?



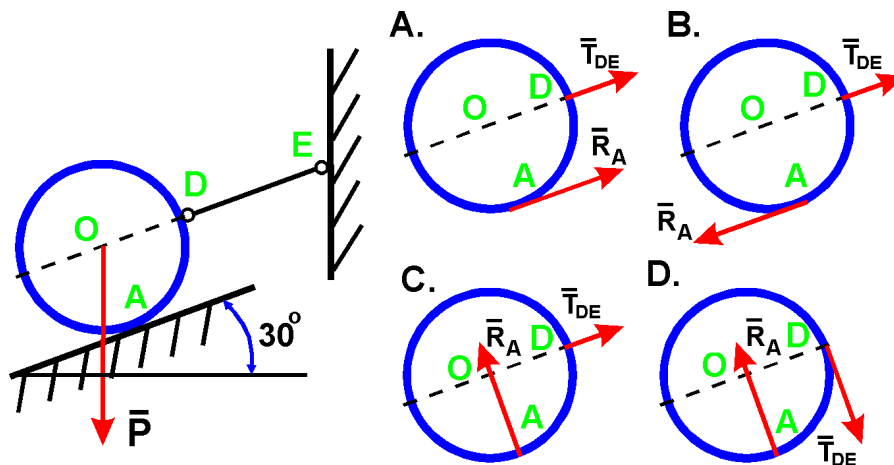
- A
- B
- C
- D

7. Укажите направление реакций связи, если связь - подвижный цилиндрический шарнир



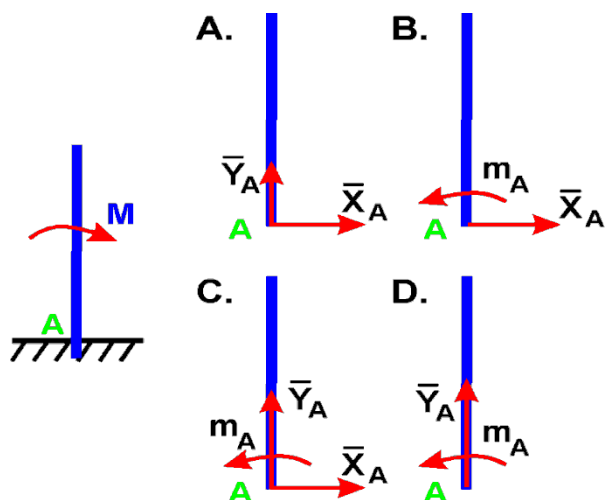
- A
- B
- C
- D

8. Шар весом  $P$  удерживается на гладкой наклонной плоскости при помощи каната  $DE$ . Определите направление реакций в точках  $A$  и  $D$ .



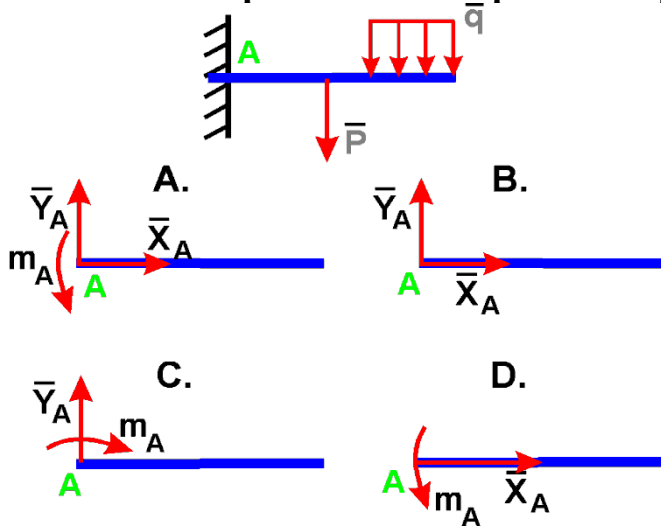
- A
- B
- C
- D

9. Укажите правильное направление реакций в жесткой заделке  $A$



- A
- B
- C
- D

10. Укажите правильное направление реакций в точке A.



- A
- B
- C
- D

11. Проекция силы на ось - это:

- А. Алгебраическая величина, равная произведению модуля силы на синус угла между вектором силы и положительным направлением оси;
- В. Вектор, заключенный между проекциями начала и конца вектора силы на ось;
- С. Алгебраическая величина, равная произведению модуля силы на косинус угла между вектором силы и положительным направлением оси;
- D. Вектор, заключенный между проекциями начала и конца вектора силы на плоскость.

12. Какова единица момента силы?

- А. с
- В. м/с
- С. Н/с
- D. Н·м

13. Какая физическая величина определяется выражением  $F \cdot a$  (F- сила, a- плечо силы)?

- А. давление
- В. КПД

- С. сила Архимеда
- D. момент силы

**14. Тело, двигаясь равномерно прошло 20 м за 4 с. Вычислите скорость тела?**

- A. 0,8 м/с
- B. 80 м/с
- C. 5 м/с
- D. 0,5 м/с

**15. Единице какой физической величины соответствует выражение м/с<sup>2</sup>?**

- A. ускорения
- B. скорости
- C. перемещения
- D. Силы

**16. Что означает математическое выражение:  $\sigma \leq [\sigma]$ ?**

- A. закон Гука
- B. коэффициент запаса прочности
- C. коэффициент запаса устойчивости
- D. условие прочности

**17. Тело, один размер которого значительно больше двух других, называется:**

- A. оболочкой
- B. стержнем
- C. Массивом
- D. Кран-балкой

**18. Условие прочности при растяжении – сжатии**

- A.  $\sigma = N / A \leq [\sigma]$ ;
- Б.  $\sigma = N * A$ ;
- C.  $\sigma = N / A$
- D.  $\sigma_n \geq [\sigma]_n$

**19. Изменение продольной силы по длине стержня можно представить в виде диаграммы, называемой**

- А. графиком продольных сил;
- Б. эпюрой продольных сил;
- С. рисунком продольных сил;
- Д. прямоугольником продольных сил

**20. При кручении бруса в его сечениях возникают:**

- А. касательные напряжения;
- Б. нормальные напряжения;
- В. касательные и нормальные напряжения;
- Д. полное напряжение.

**Ключ к тесту**

**по разделам «Теоретическая механика» и «Сопротивление материалов»**

<b>1 В)</b>	<b>6 В)</b>	<b>11 С)</b>	<b>16 Д)</b>
<b>2 А)</b>	<b>7 Д)</b>	<b>12 Д)</b>	<b>17 В)</b>
<b>3 В)</b>	<b>8 С)</b>	<b>13 Д)</b>	<b>18 А)</b>
<b>4 Д)</b>	<b>9 С)</b>	<b>14 С)</b>	<b>19 Б)</b>
<b>5 В)</b>	<b>10 А)</b>	<b>15 А)</b>	<b>20 А)</b>

## Практическое занятие №1

### Плоская система сходящихся сил, определение равнодействующей

Определить величину и направление реакций связей для схемы, приведённой на рисунках под действием груза G. Номер рисунка берется по номеру в списке группы.

#### Порядок решения задач:

##### I. Геометрический способ сложения сил.

1. Заменяем действие связей на тело реакциями связей
2. Строим замкнутый силовой треугольник и записываем теорему синусов.
3. Из пропорций определяем неизвестные реакции связей

##### II. Аналитическое решение

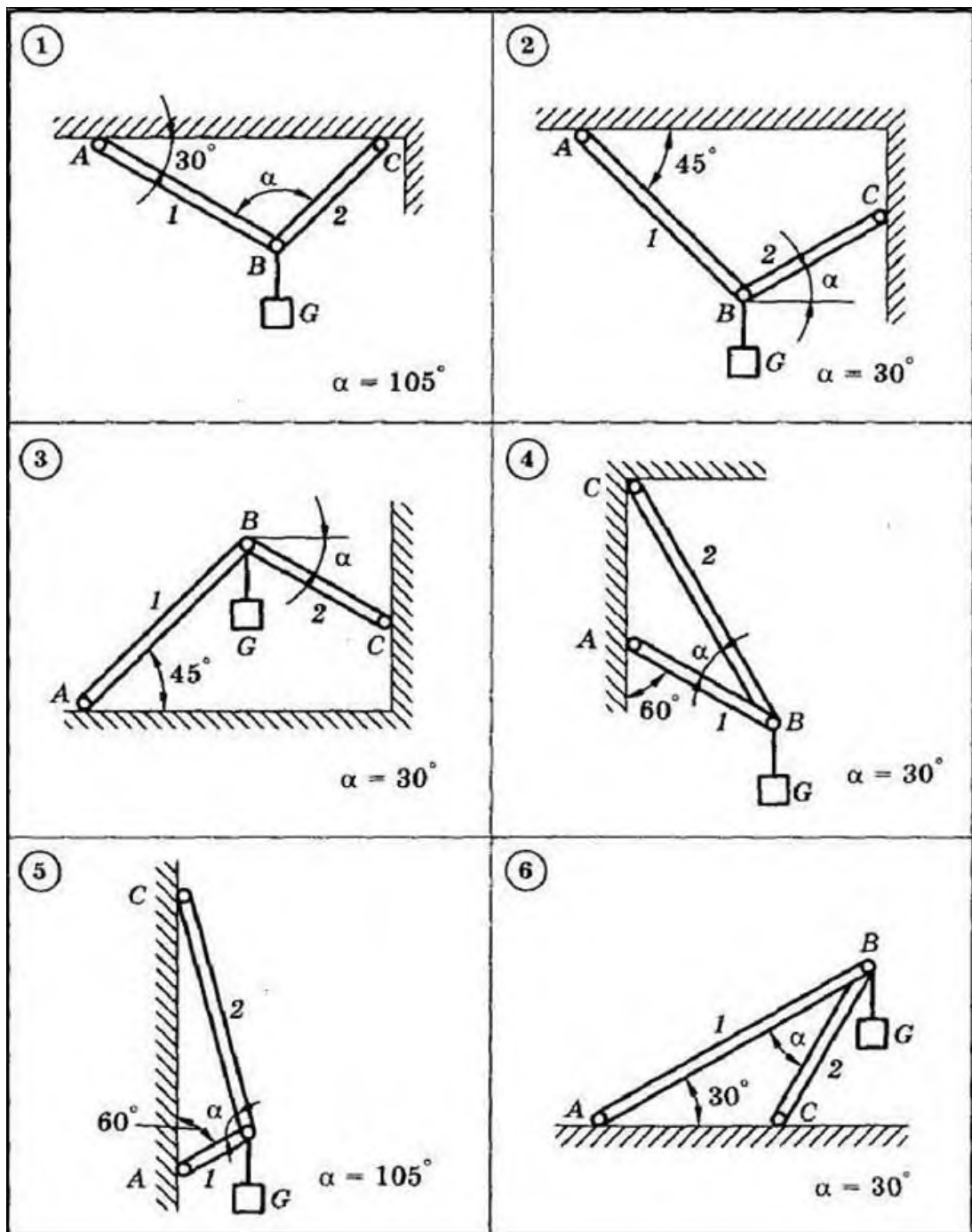
1. Освобождаемся от связей, заменяя их реакциями. Получаем систему трех сходящихся в точке O сил.
2. Выбираем систему координат xOy и составляем уравнения равновесия.

$$\begin{cases} \sum F_{ix} = 0 \\ \sum F_{iy} = 0 \end{cases}$$

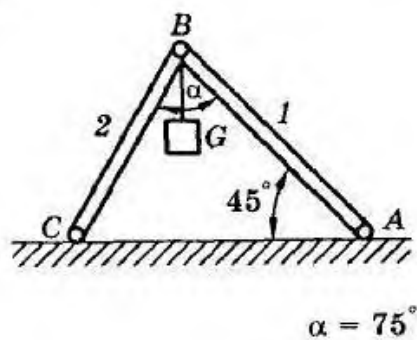
3. Определяем из уравнений реакции связей.

#### Источники информации:

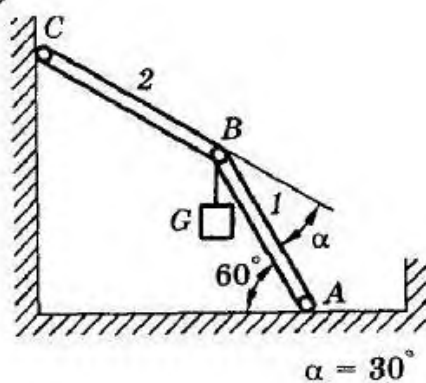
1. Вереин Л.И. Техническая механика – М: Академия, 2006.
2. Мовнин М.С. Основы технической механики – СПб: Политехника, 2003.
3. Эрдеди А.А. «Теоретическая механика»
4. Олофинская В.П. Техническая механика. Курс лекций с примерами практических и тестовых заданий. М.: Форум, 2017г. Приложение 1  
<https://megalektsii.ru/s30619t3.html>



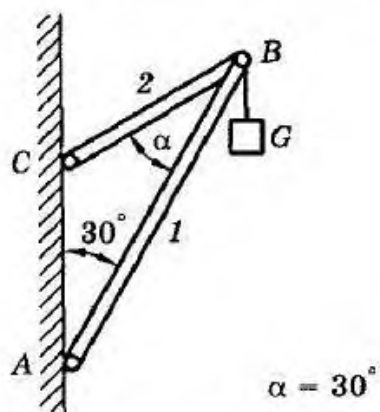
7



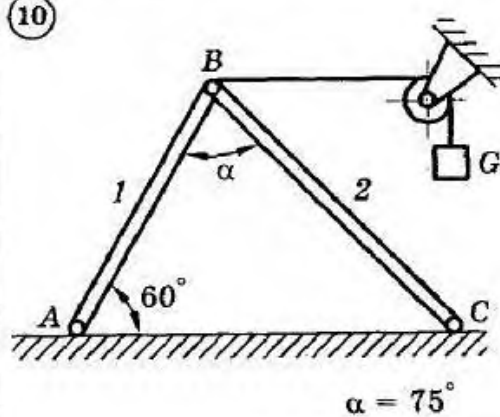
8



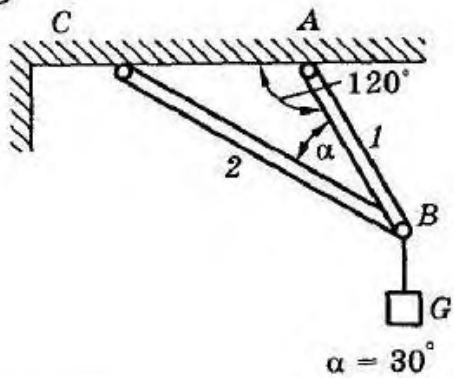
9



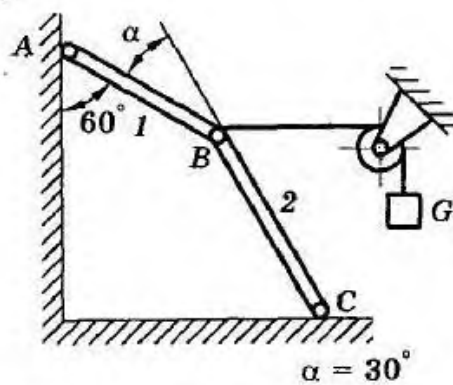
10



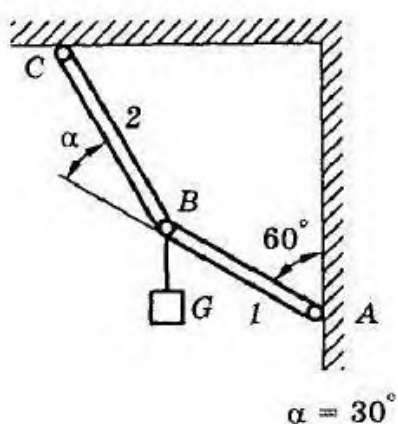
11



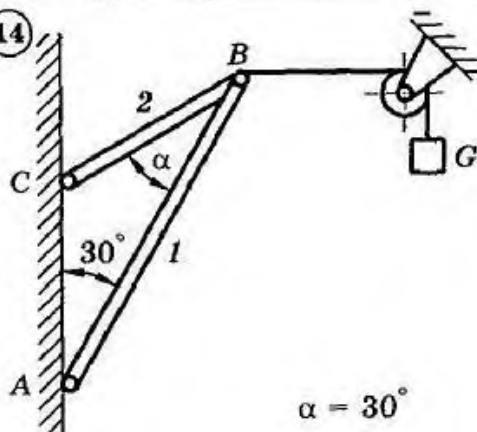
12

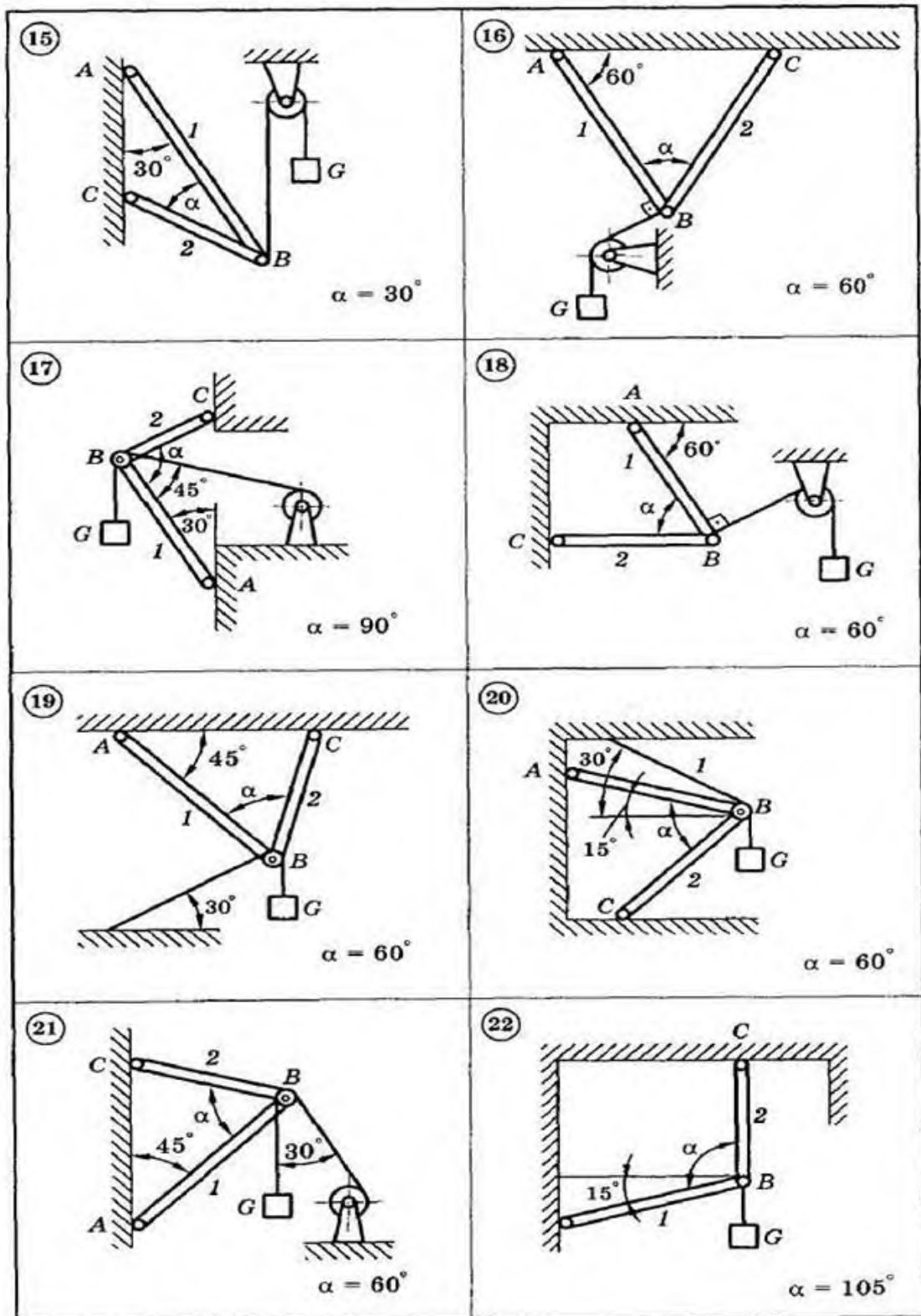


13

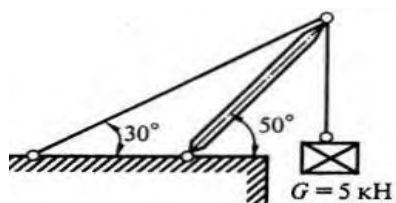


14

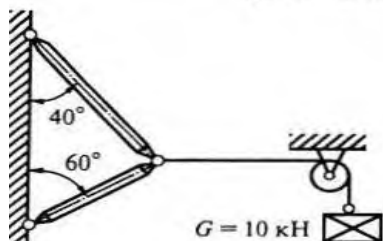




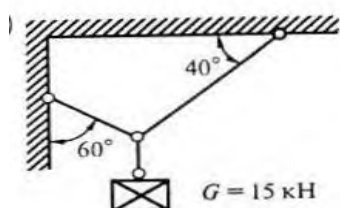
$G=10\text{KH}$



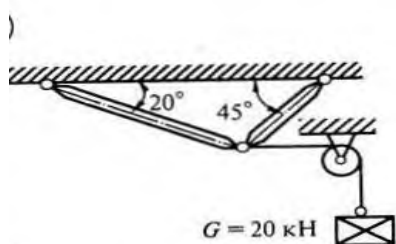
23



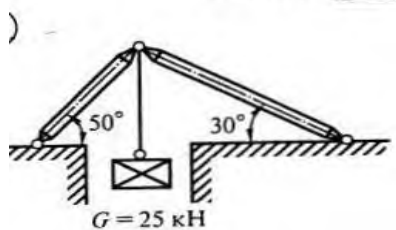
24



25

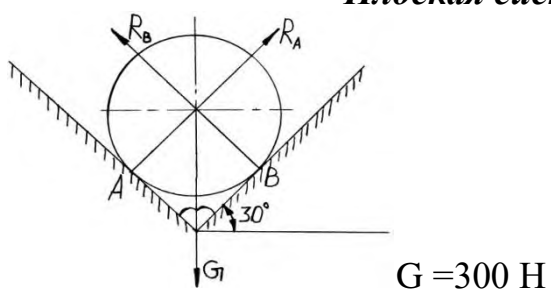


26



27

### Пример расчета Плоская система сходящихся сил



Определить: реакции связей

Решение:

1. Заменяем действие связей на тело реакциями связей -  $R_A, R_B$ ;

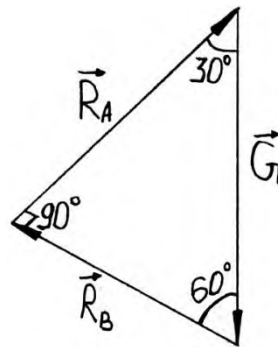
2. Решаем геометрическим методом: строим замкнутый силовой

треугольник и записываем теорему синусов:  $\frac{G}{\sin 90^\circ} = \frac{R_A}{\sin 60^\circ} = \frac{R_B}{\sin 30^\circ}$

$$R_A = \frac{G \cdot \sin 60^\circ}{\sin 90^\circ}; \quad R_A = \frac{300 \cdot \sin 60^\circ}{\sin 90^\circ} = 260 \text{ Н}$$

$$R_B = \frac{G \cdot \sin 30^\circ}{\sin 90^\circ}$$

$$R_B = \frac{300 \cdot \sin 30^\circ}{\sin 90^\circ} = 150 \text{ Н}$$



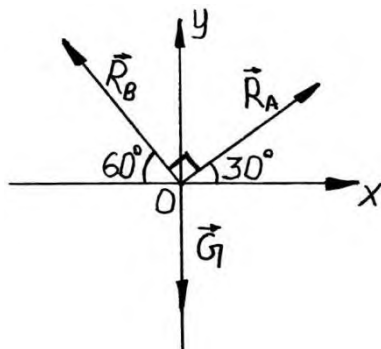
$$R_A = 260 \text{ Н}$$

$$R_B = 150 \text{ Н}$$

3. Решаем аналитическим методом:

Составляем уравнения равновесия для плоской системы сходящихся сил:

$$\begin{cases} \sum F_{ix} = 0 \\ \sum F_{iy} = 0 \end{cases} \quad \begin{cases} R_A \cdot \cos 30^\circ - R_B \cdot \cos 60^\circ = 0 \\ R_A \cdot \sin 30^\circ + R_B \cdot \sin 60^\circ - G = 0 \end{cases}$$



Из первого уравнения выражаем  $R_A$

$$R_A = \frac{R_B \cdot \cos 60^\circ}{\cos 30^\circ}$$

и подставляем во второе уравнение

$$\frac{R_B \cdot \cos 60^\circ}{\cos 30^\circ} \cdot \sin 30^\circ + R_B \cdot \sin 60^\circ = G$$

$$R_B \cdot \cos 60^\circ \cdot \operatorname{tg} 30^\circ + R_B \cdot \sin 60^\circ = G$$

$$R_B = \frac{G}{\cos 60^\circ \cdot \operatorname{tg} 30^\circ + \sin 60^\circ}$$

$$R_B = \frac{300}{0.5 \cdot 0.58 + 0.87} = 260 \text{ Н}$$

$$R_A = \frac{260 \cdot \cos 60^\circ}{\cos 30^\circ} 150 \text{ Н}$$

## **Практическое занятие №2**

### **Равновесие система сходящихся сил на плоскости**

Определить величину и направление реакций связей для схемы, приведённой на рисунках под действием груза G. Номер рисунка берется по номеру в списке группы

#### **Порядок решения задач:**

##### Аналитическое решение

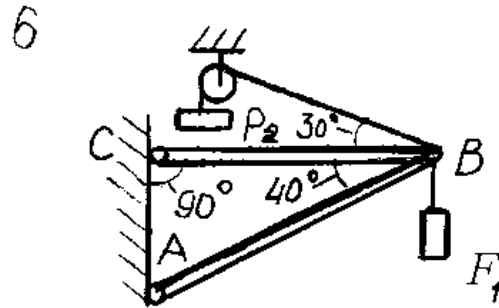
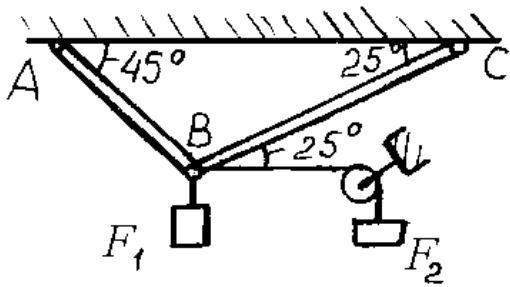
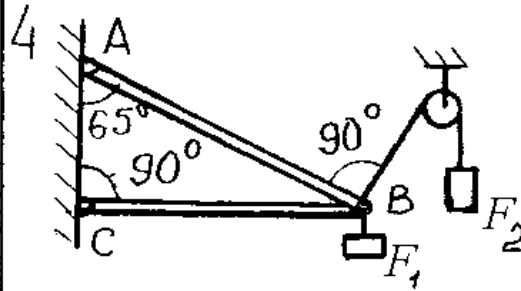
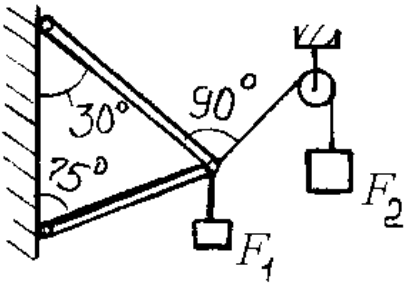
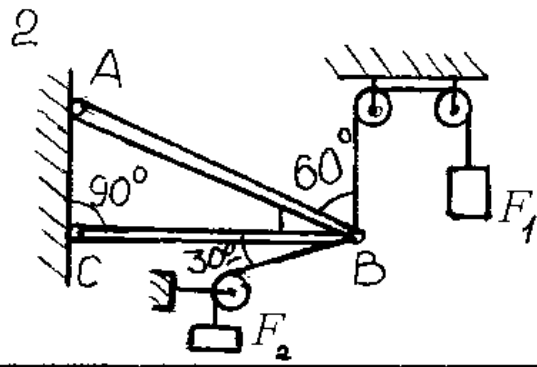
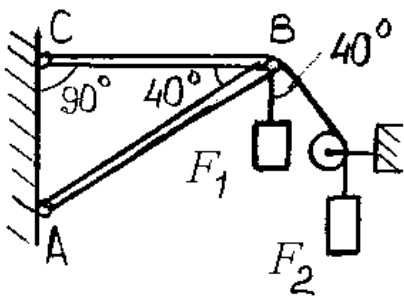
1. Освобождаемся от связей, заменяя их реакциями. Получаем систему трех сходящихся в точке O сил.
2. Выбираем систему координат XOY и составляем уравнения равновесия.

$$\begin{cases} \sum F_{ix} = 0 \\ \sum F_{iy} = 0 \end{cases}$$

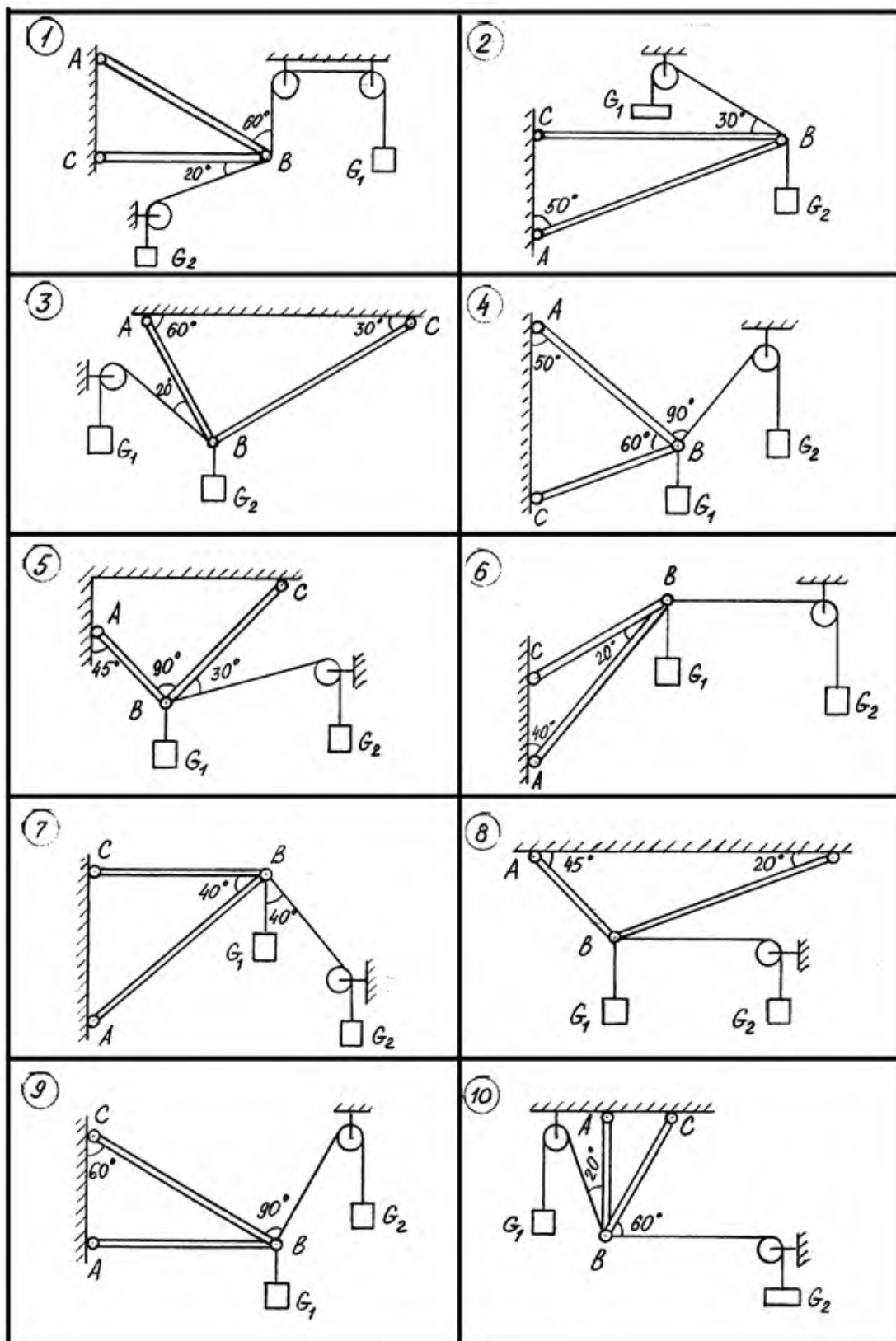
3. Определяем из уравнений реакции связей.

#### **Источники информации:**

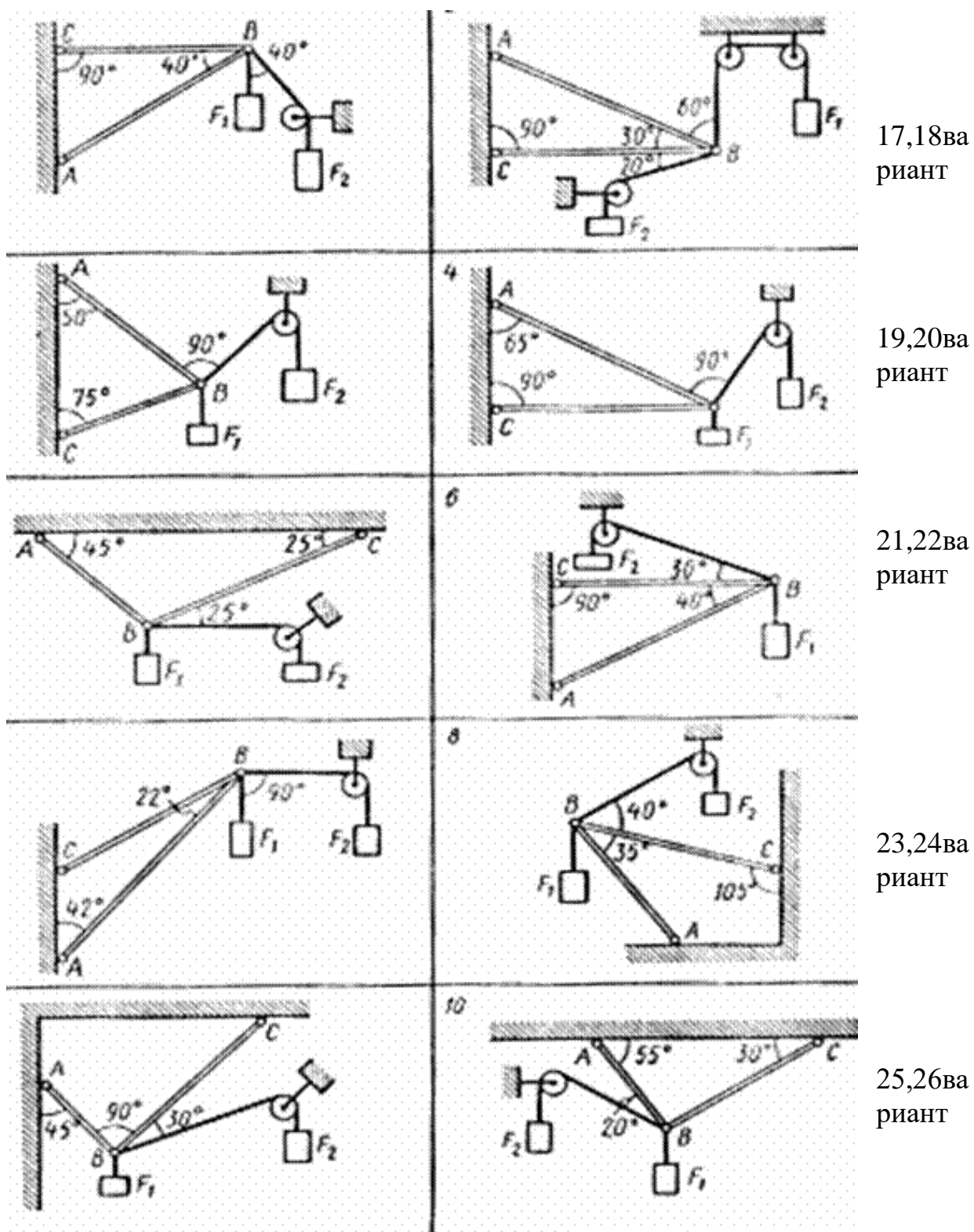
1. Мовнин М.С. Основы технической механики – СПб: Политехника, 2003.
2. Эрдеди А.А. «Теоретическая механика»
3. Олофинская В.П. Техническая механика. Курс лекций с примерами практических и тестовых заданий. М.: Форум, 2017г. Приложение 1  
<https://megalektsii.ru/s30619t3.html>



$F_1 = 5 \text{ KH}$ ,  
 $F_2 = 15 \text{ KH}$



$G_1=10\text{KH}$  ,  $G_2=20\text{KH}$



$F_1=10\text{KH}$ ,  $F_2=12\text{KH}$

### Практическое занятие №3

#### Плоская система произвольно расположенных сил.

#### Определение опорных реакций балок без равномерно-распределенной нагрузки

Порядок решения задач на определение реакций опор балок:

1. Выбираем систему координат. Можно ось  $x$  направить вдоль балки, ось  $y$  – вертикально вверх. Отбрасываем опоры и заменяем их силами реакций.
2. Составляем уравнения равновесия для действующих сил. В общем случае они имеют вид:

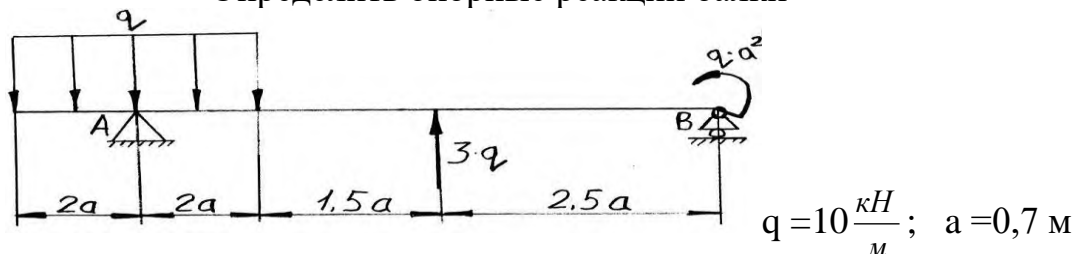
$$\begin{cases} \sum F_{ix} = 0 \\ \sum M_A = 0 \\ \sum M_B = 0 \end{cases}$$

Решаем уравнения и получаем значения реакций опор.

3. Делаем проверку результата.  $\sum F_{iy} = 0$

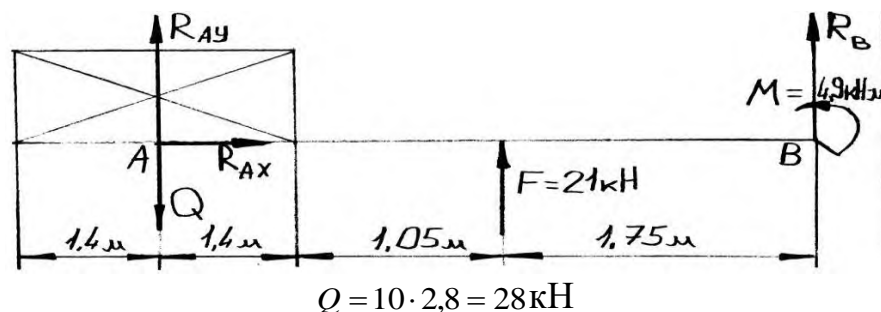
**Пример решения задачи:**

Определить опорные реакции балки



Решение:

1. Составляем расчётную схему, заменяя действие связей реакциями связей:



2. Записываем три уравнения условия равновесия и решаем их:

$$\begin{cases} \sum F_{ix} = 0 \\ \sum M_A = 0 \\ \sum M_B = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} R_{AX} = 0 \\ -F \cdot 2.45 - R_B \cdot 4.2 - M = 0 \\ R_{AY} \cdot 4.2 - Q \cdot 4.2 + F \cdot 1.75 - M = 0 \end{cases}$$

$$R_B = \frac{-F \cdot 2.45 - M}{4.2}$$

$$R_B = \frac{-F \cdot 2.45 - 4.9}{4.2} = -13.42 \text{ кН}$$

$$R_{AY} = \frac{Q \cdot 4.2 - F \cdot 1.75 + M}{4.2}$$

$$R_{AY} = \frac{28 \cdot 4.2 - 21 \cdot 1.75 + 4.9}{4.2} = 20.42 \text{ кН}$$

Проверка:

$$\sum F_{iy} = 0$$

$$R_{AY} - Q + F + R_B$$

$$20.42 - 28 + 21 - 13.42 = 0$$

Уравнения решены верно

$$R_{AX} = 0$$

$$R_{AY} = 20.42 \text{ кН}$$

$$R_B = -13.42 \text{ кН}$$

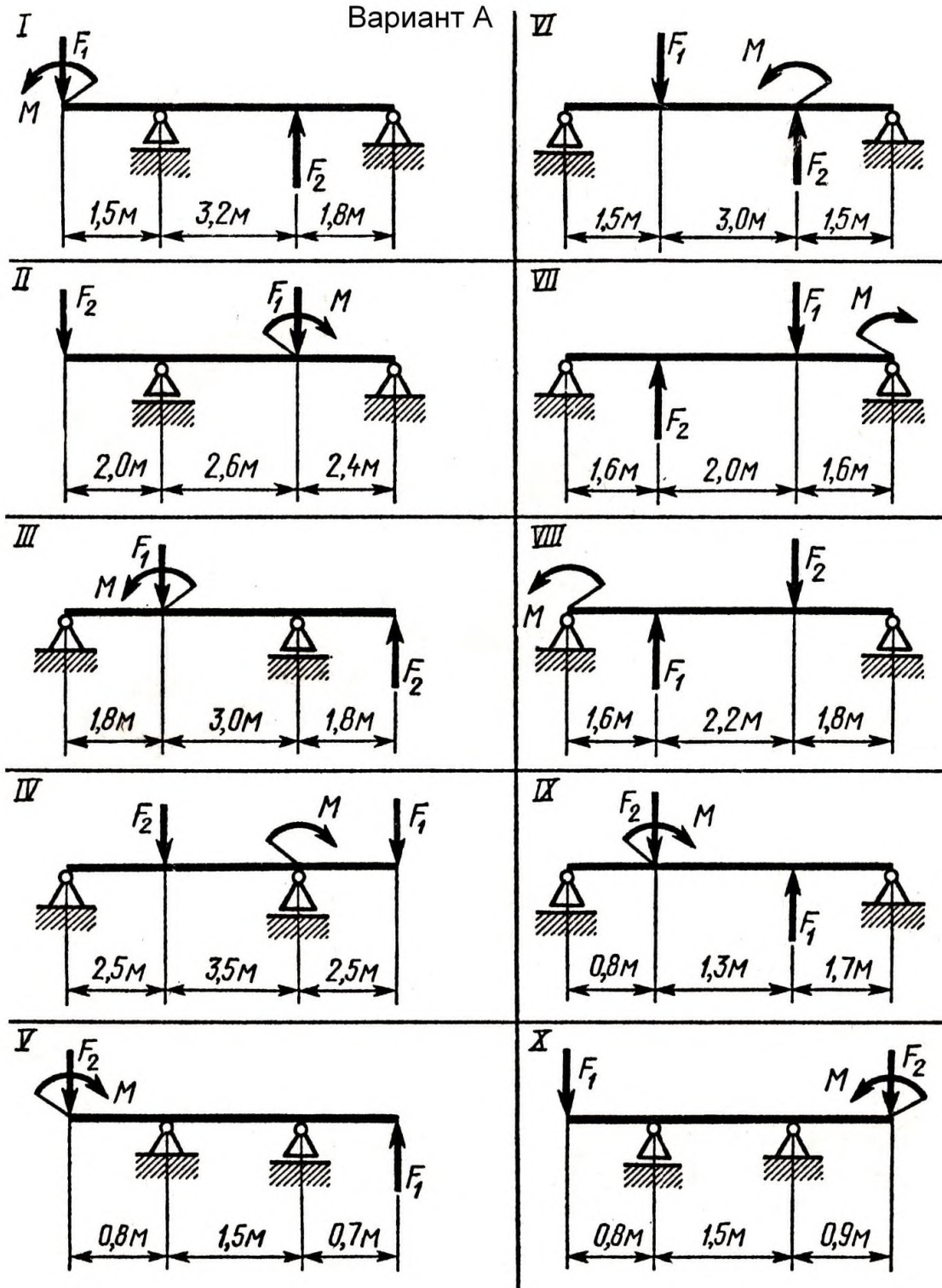
### Источники информации:

[https://yandex.ru/video/preview?text=определение%20опорных%20реакций%20балки%20без%20равномерно%20распределенной%20нагрузки&path=wizard&parent-reqid=1603794639725459-1288951331230945243951713-prestable-app-host-sas-web-yp-15&wiz\\_type=vital&filmId=505597130978773769](https://yandex.ru/video/preview?text=определение%20опорных%20реакций%20балки%20без%20равномерно%20распределенной%20нагрузки&path=wizard&parent-reqid=1603794639725459-1288951331230945243951713-prestable-app-host-sas-web-yp-15&wiz_type=vital&filmId=505597130978773769)

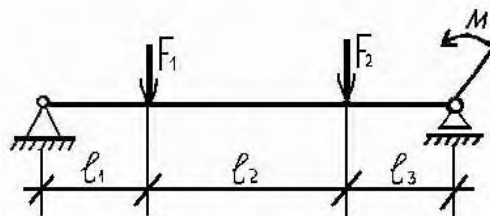
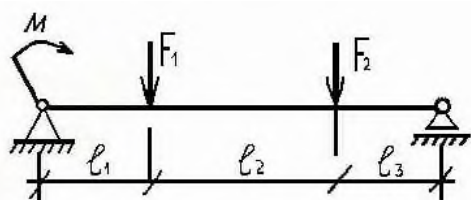
[https://yandex.ru/video/preview?text=определение%20опорных%20реакций%20балки%20без%20равномерно%20распределенной%20нагрузки&path=wizard&parent-reqid=1603794639725459-1288951331230945243951713-prestable-app-host-sas-web-yp-15&wiz\\_type=vital&filmId=14535575303951473788](https://yandex.ru/video/preview?text=определение%20опорных%20реакций%20балки%20без%20равномерно%20распределенной%20нагрузки&path=wizard&parent-reqid=1603794639725459-1288951331230945243951713-prestable-app-host-sas-web-yp-15&wiz_type=vital&filmId=14535575303951473788)

### Задания (номер схемы по списку)

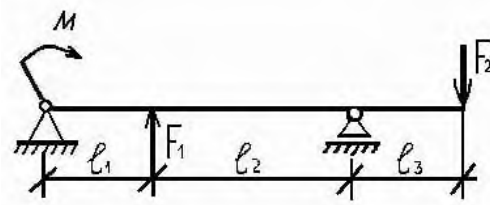
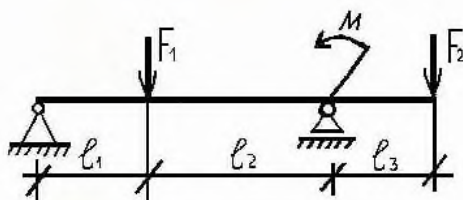
Вариант А



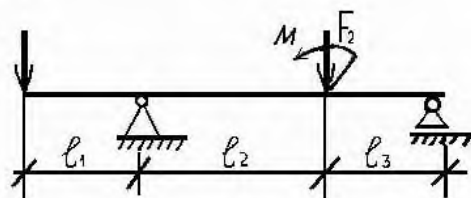
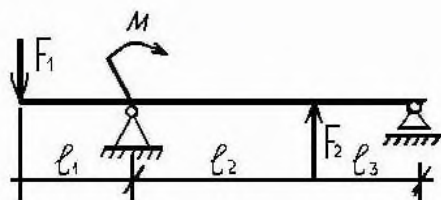
$$F_1=10\text{KH}, F_2=15\text{KH}, M=5\text{KH}\cdot\text{M}$$



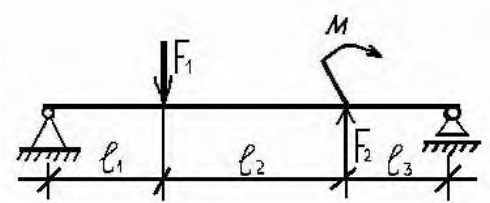
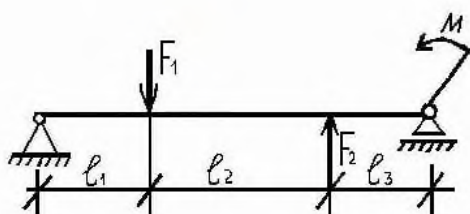
**11,12  
вариант**



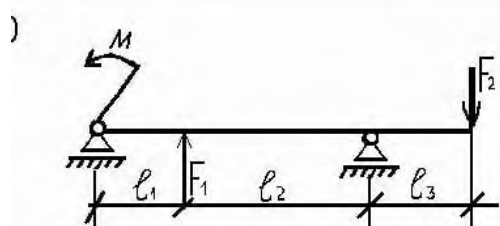
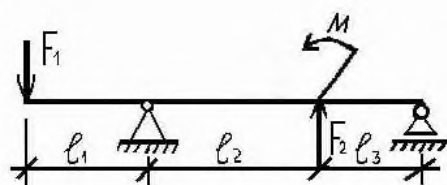
**13,14  
вариант**



**15,16  
вариант**



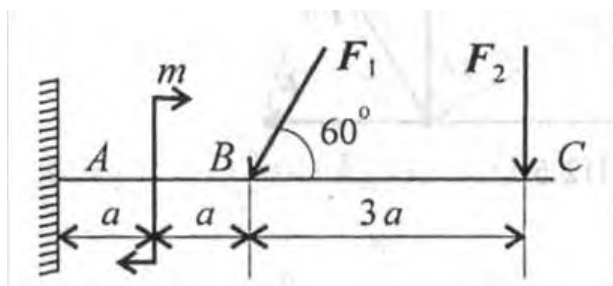
**17,18  
Вариант**



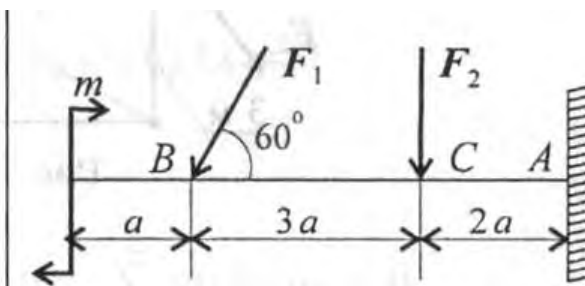
**19,20  
вариант**

$$F_1=12\text{KH}, F_2=10\text{KH}, M=15\text{KH}\cdot\text{м}$$

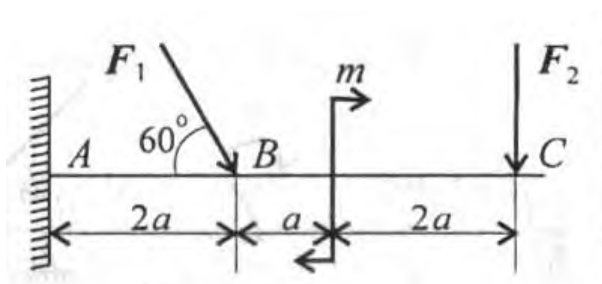
$$L_1=1\text{м}, L_2=2\text{м}, L_3=1\text{м},$$



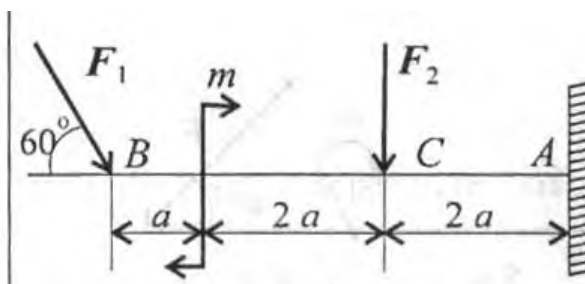
**21вариант**



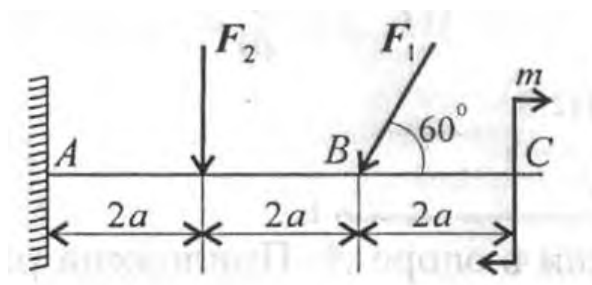
**22вариант**



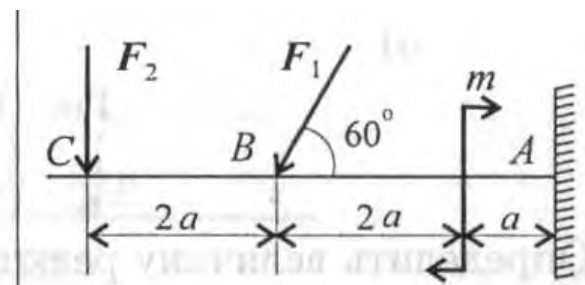
**23 вариант**



**24вариант**



**25вариант**



**26вариант**

$$F_1=15\text{КН}, F_2=20\text{КН}, M=10\text{КН}\cdot\text{м}, a=2\text{м}$$

#### Практическое занятие №4

**Плоская система произвольно расположенных сил.  
Определение опорных реакций балок с равномерно-распределенной нагрузки**

*Последовательность решения задачи:*

- 1) изобразить балку с действующими на нее нагрузками;
  - 2) составить расчетную схему балки:
- освободить балку от опор, заменив их действие реакциями;

- если есть распределенная нагрузка, то заменяем ее равнодействующей силой. Величина этой силы равна площади эпюры. Точка приложения силы находится в центре тяжести эпюры. Так если нагрузка  $q$  равномерно распределена на отрезке  $AB$ , то ее равнодействующая имеет величину

$Q = q \cdot |AB|$  и приложена посередине отрезка  $AB$ .

выбрать расположение координатных осей;

3) составить и решить уравнения равновесия заданной системы сил

$$\begin{cases} \sum F_{ix} = 0 \\ \sum M_A = 0 \\ \sum M_B = 0 \end{cases}$$

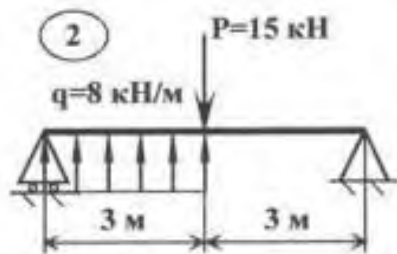
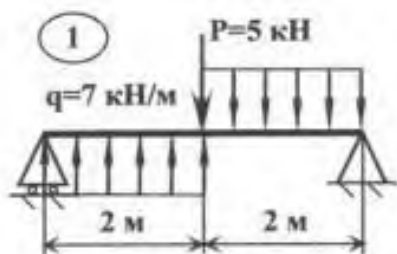
4) провести проверку решения  $\sum F_{iy} = 0$

### **Источники информации:**

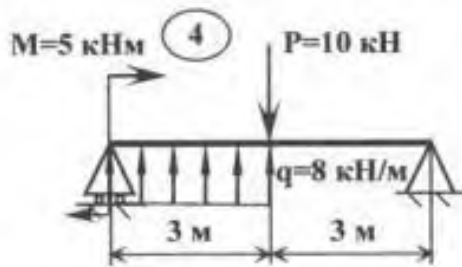
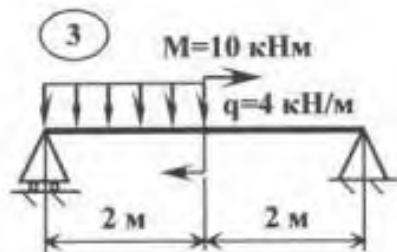
[https://yandex.ru/video/preview?text=определение%20опорных%20реакций%20балки%20без%20равномерно%20распределенной%20нагрузки&path=wizard&parent-reqid=1603794639725459-1288951331230945243951713-prestable-app-host-sas-web-yp-15&wiz\\_type=vital&filmId=505597130978773769](https://yandex.ru/video/preview?text=определение%20опорных%20реакций%20балки%20без%20равномерно%20распределенной%20нагрузки&path=wizard&parent-reqid=1603794639725459-1288951331230945243951713-prestable-app-host-sas-web-yp-15&wiz_type=vital&filmId=505597130978773769)

[https://yandex.ru/video/preview?text=определение%20опорных%20реакций%20балки%20без%20равномерно%20распределенной%20нагрузки&path=wizard&parent-reqid=1603794639725459-1288951331230945243951713-prestable-app-host-sas-web-yp-15&wiz\\_type=vital&filmId=14535575303951473788](https://yandex.ru/video/preview?text=определение%20опорных%20реакций%20балки%20без%20равномерно%20распределенной%20нагрузки&path=wizard&parent-reqid=1603794639725459-1288951331230945243951713-prestable-app-host-sas-web-yp-15&wiz_type=vital&filmId=14535575303951473788)

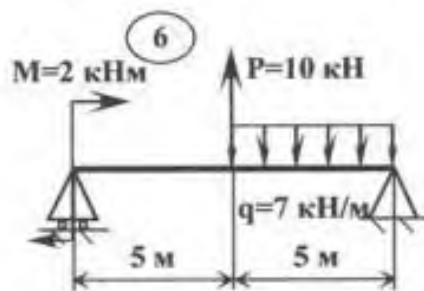
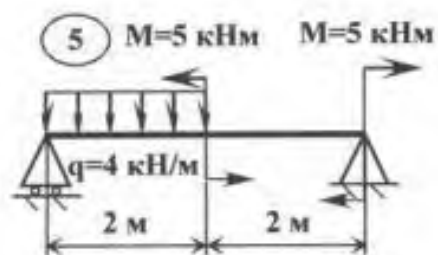
### **Задания (номер схемы по списку)**



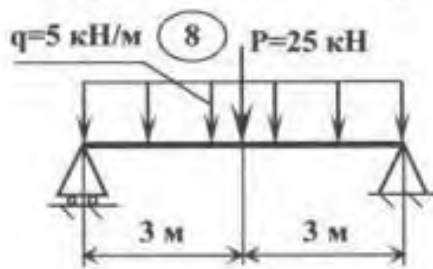
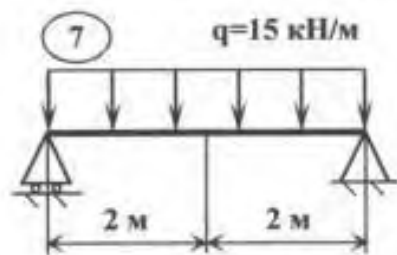
1,2 вариант



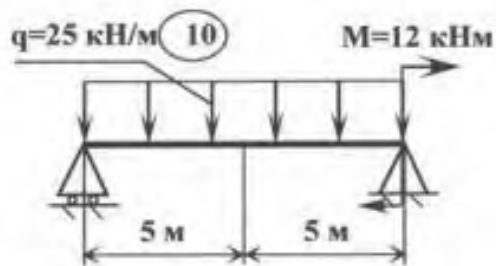
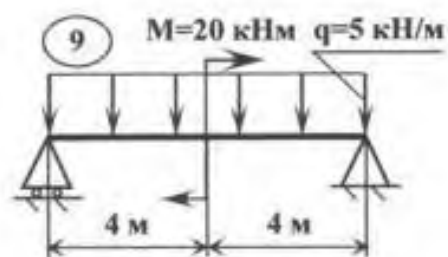
3,4 вариант



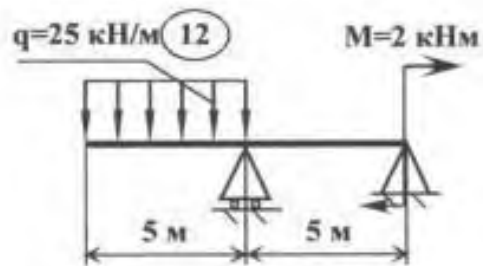
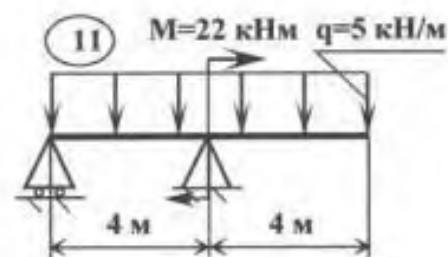
5,6 вариант



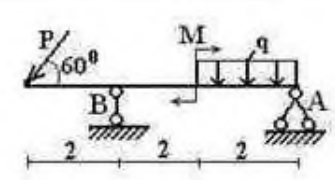
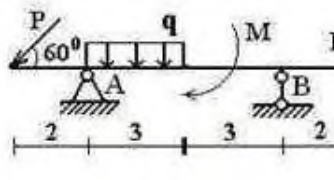
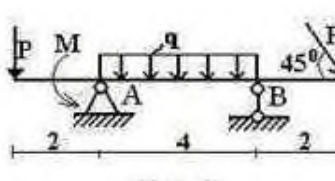
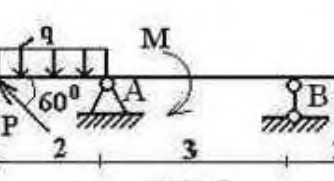
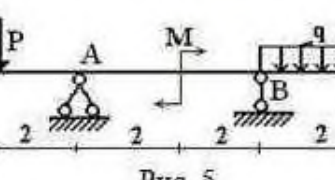
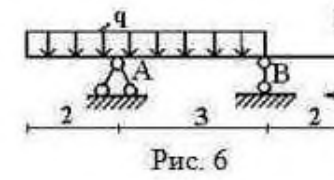
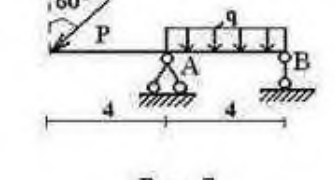
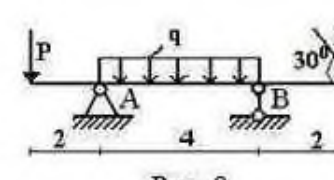
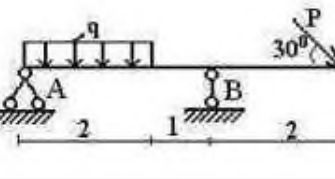
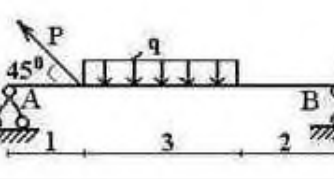
7,8 вариант



9,10 вариант



11, 12 вариант

 <p>Рис. 1</p>	 <p>Рис. 2</p>
 <p>Рис. 3</p>	 <p>Рис. 4</p>
 <p>Рис. 5</p>	 <p>Рис. 6</p>
 <p>Рис. 7</p>	 <p>Рис. 8</p>
	

13,14 вариант

15,16 вариант

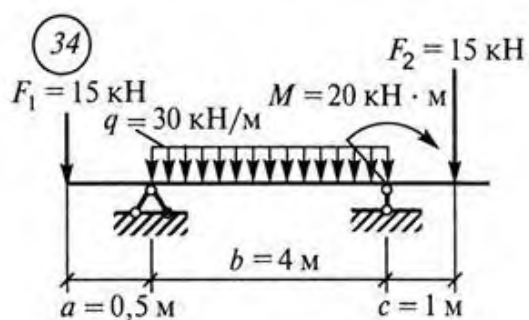
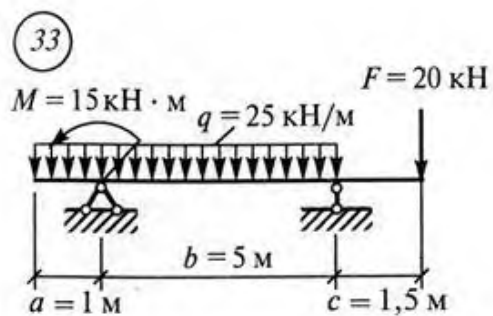
17,18 вариант

19,20 вариант

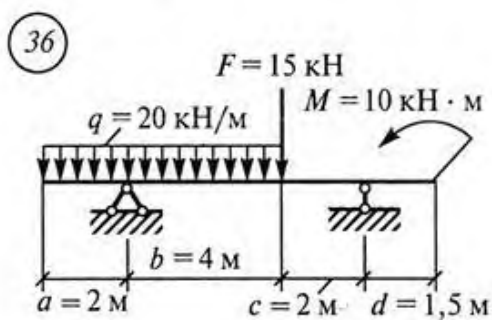
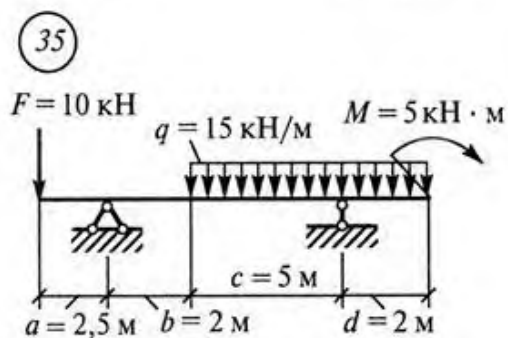
21,22 вариант

$F=10\text{кН}$ ,  $q=5\text{кН/м}$ ,  $M=10\text{кН}\cdot\text{м}$

Длина участков дана в «м»



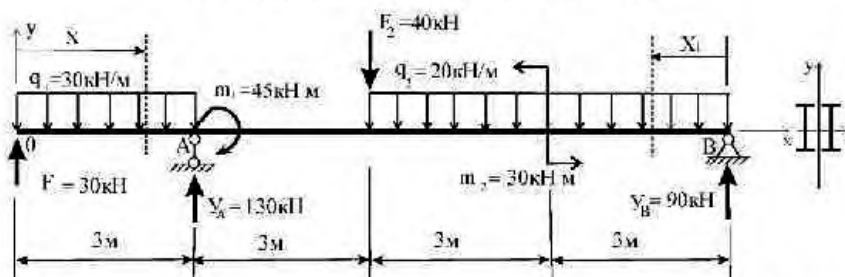
23,24 вариант



25,26 вариант

## Пример решения задачи

### 1. Определение опорных реакций



$$\sum M_B = 0: Y_A \cdot 9 + F_1 \cdot 12 - (q_1 \cdot 3) \cdot 10.5 + m_1 - F_2 \cdot 6 - (q_2 \cdot 6) \cdot 3 - m_2 = 0,$$

$$Y_A = \frac{1}{9}(-30 \cdot 12 + 30 \cdot 3 \cdot 10.5 - 45 + 40 \cdot 6 + 20 \cdot 6 \cdot 3 + 30) = \frac{1170}{9} = 130(\text{кН});$$

$$\sum M_A = 0: Y_B \cdot 9 - (q_2 \cdot 6) \cdot 6 + m_2 - F_2 \cdot 3 - m_1 + (q_1 \cdot 3) \cdot 1.5 - F_1 \cdot 3 = 0,$$

$$Y_B = \frac{1}{9}(20 \cdot 6 \cdot 6 - 30 + 40 \cdot 3 + 45 - 30 \cdot 3 \cdot 1.5 + 30 \cdot 3) = \frac{810}{9} = 90(\text{кН}).$$

**Проверка:**

$$\sum Y = F_1 + Y_A + Y_B - q_1 \cdot 3 - F_2 - q_2 \cdot 6 = 30 + 130 + 90 - 30 \cdot 3 - 40 - 20 \cdot 6 = 250 - 250 = 0.$$

## Практическое занятие №5

### Определение координат центра тяжести составных сечений

**Цель:** Определить положение центра тяжести сечения, составленного из профилей стандартного проката

*Последовательность решения задачи:*

- 1) начертить заданное сложное сечение (фигуру), выбрать оси координат.
- 2) разбить сложное сечение на простые фигуры, для которых центры тяжести и силы тяжести известны;
- 3) определить необходимые данные для простых сечений:
  - а) выписать из таблиц ГОСТа для каждого стандартного профиля необходимые справочные данные ( $h$ ;  $b$ ;  $d$ ;  $A$ ; для швеллера, уголка  $z_0$ ) и определить площадь простого сечения;
  - б) определить координаты центров тяжести простых сечений относительно выбранных осей координат;
  - в) определить статические моменты площади простых сечений;
- 4) определить положение центра тяжести сложного сечения.

### *Пример решения задачи*

#### *Определение положения центра тяжести плоского составного сечения*

Определить: координаты центра тяжести сечения, изображенного на рисунке *а*. Сечение состоит из двутавра (I) № 24 и швеллера № 24а. Показать положение центра тяжести на сечении.

Решение:

1. Разобьём сечение на профили проката: двутавр и швеллер. Обозначим их цифрами 1 и 2;
2. Укажем центры тяжести каждого профиля  $C_1$  и  $C_2$ , используя таблицы ГОСТов;
3. Выберем систему осей координат. Ось  $X$  совместим с осью симметрии, а ось  $Y$  проведём через центр тяжести двутавра;
4. Определим координаты центра тяжести сечения. Координата  $y_C = 0$ , так как ось  $X$  совпадает с осью симметрии. Координату  $x_C$  определим по формуле:

$$x_C = \frac{A_1 \cdot x_1 + A_2 \cdot x_2}{A_1 + A_2}$$

$$A_1 = 34.8 \text{ см}^2; x_1 = 0;$$

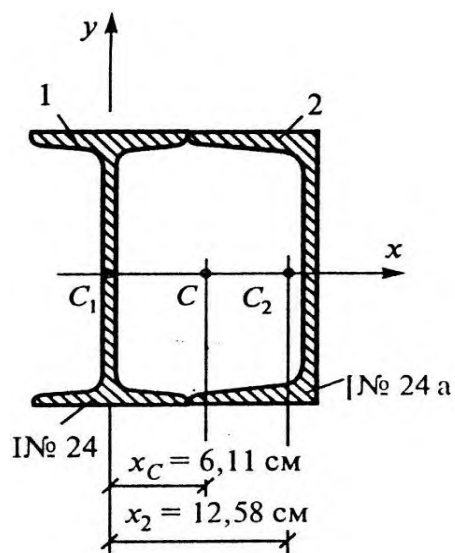
$$A_2 = 32.9 \text{ см}^2; x_2 = \frac{b_{ДВ}}{2} + b_{шв} - Z_{шв} = \frac{11.5}{2} + 9.5 - 2.67 = 12.58 \text{ см}$$

Подставим числовые значения в формулу и получим:

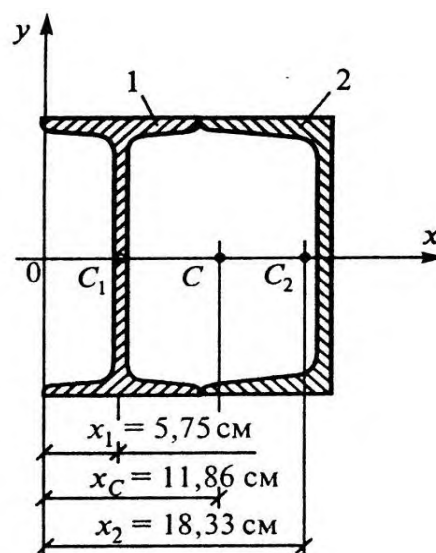
$$x_C = \frac{34.8 \cdot 0 + 32.9 \cdot 12.58}{34.8 + 32.9} = 6.11 \text{ см}$$

5. Нанесём точку  $C$  (центр тяжести сечения) по найденным значениям  $x_C$  и  $y_C$  (см. рис. *а*);
6. Проверку решения необходимо выполнить самостоятельно при положении осей, как показано на рис. *б*. В результате решения получим  $x_C = 11.86 \text{ см}$ . Разница между значениями  $x_C$  при первом и втором решении равна  $11.86 - 6.11 = 5.75 \text{ см}$ , что равно расстоянию между осями  $Y$  при тех же решениях  $\frac{b_{ДВ}}{2} = 5.75 \text{ см}$ .

Ответ:  $x_C = 6.11 \text{ см}$ , если ось  $Y$  проходит через центр тяжести двутавра;  
 $x_C = 11.86 \text{ см}$ , если ось  $Y$  проходит через левые крайние точки двутавра.

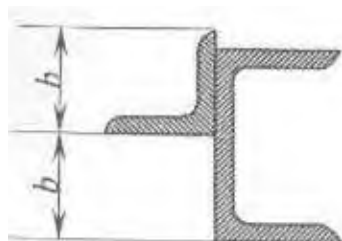
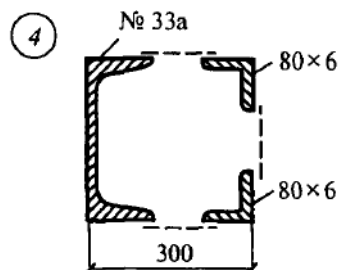
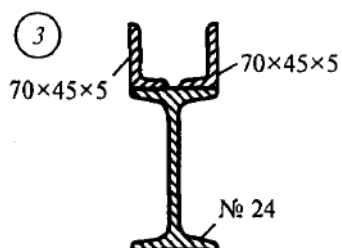
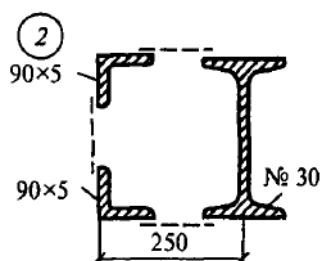
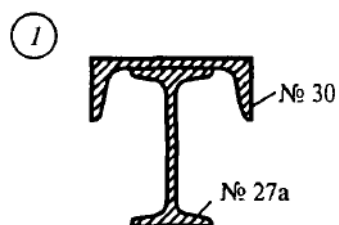


*a*



*б*

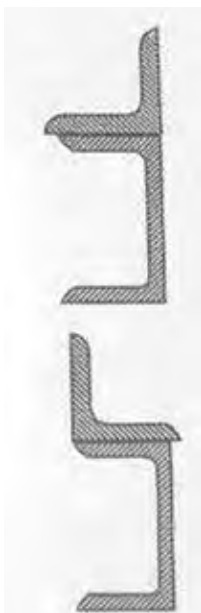
### Исходные данные для практической работы № 5



**5** Швеллер №24  
Уголок 40×40×4



**6** Швеллер №20  
Уголок 63×63×6



7

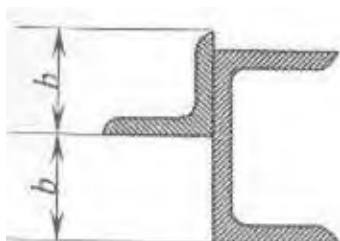
Швеллер №14

Уголок 45×45×5

8

Швеллер №18

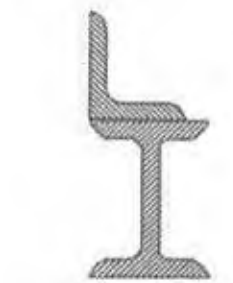
Уголок 50×50×5



9  $b=70\text{мм}$

Швеллер №12

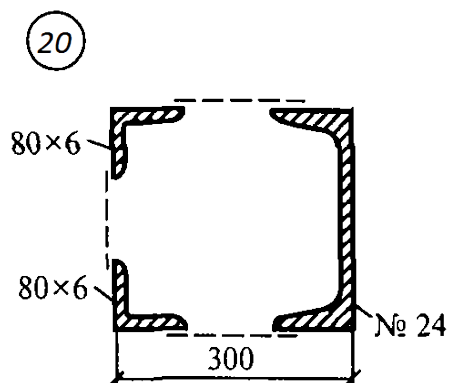
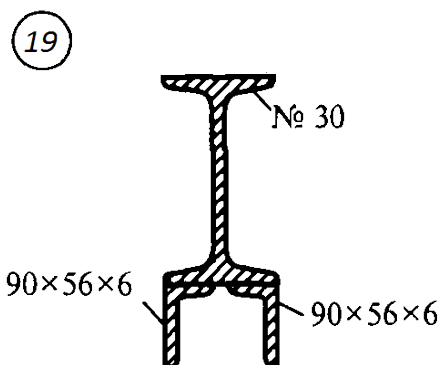
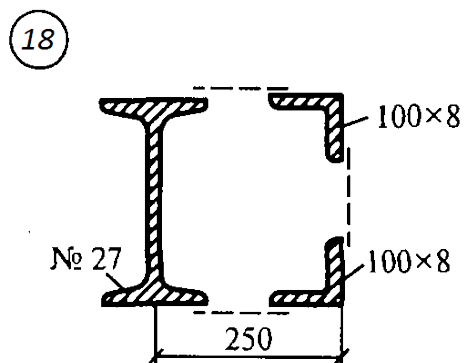
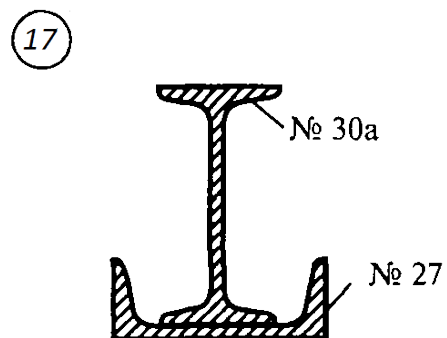
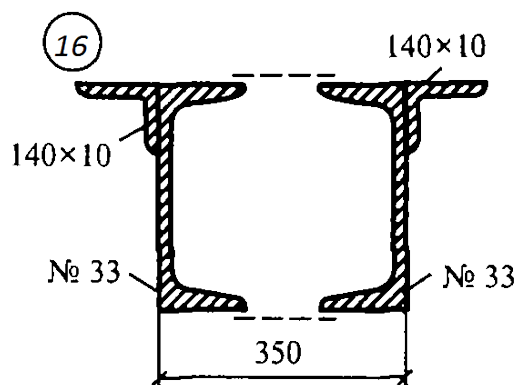
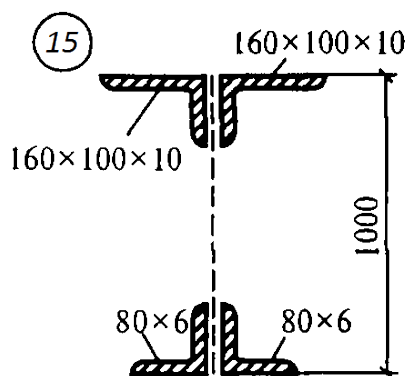
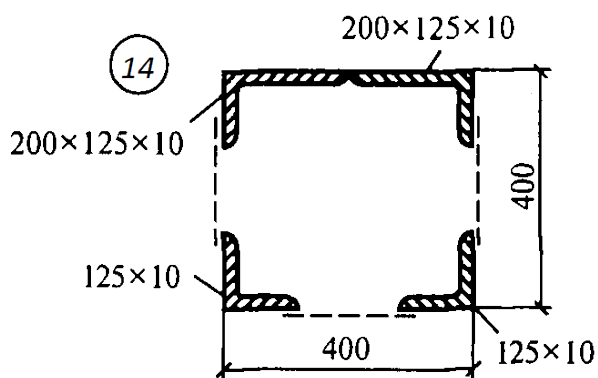
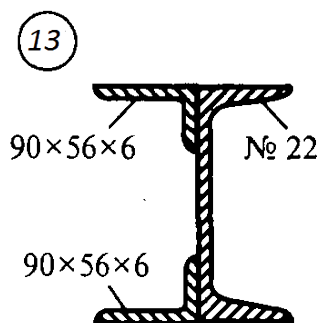
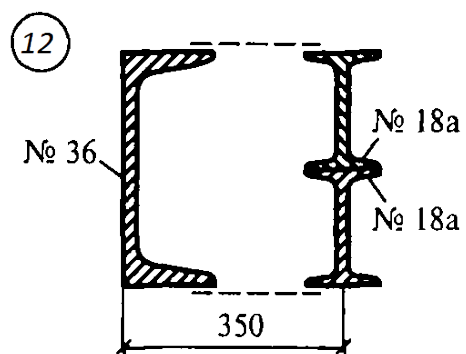
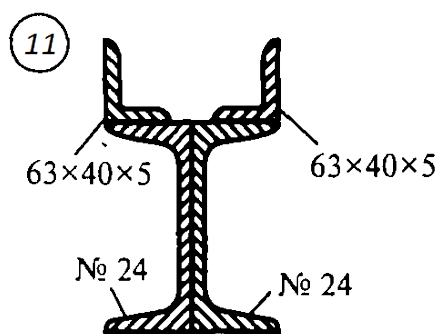
Уголок 70×70×6



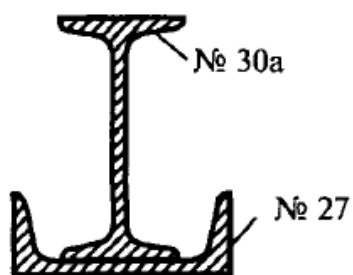
10

Двутавр №16

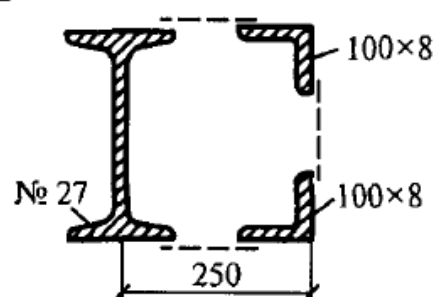
Уголок 56×56×4



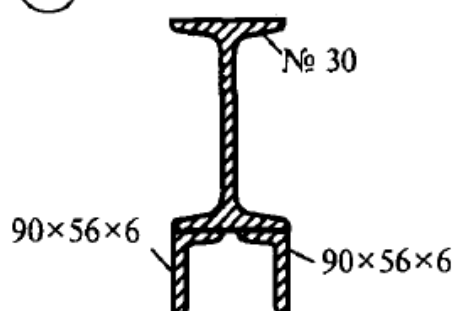
21



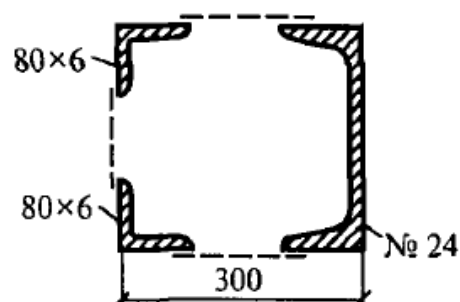
22



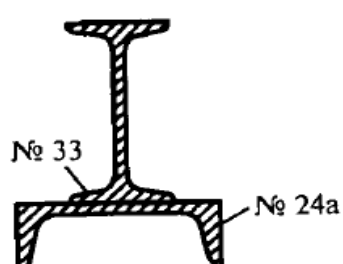
23



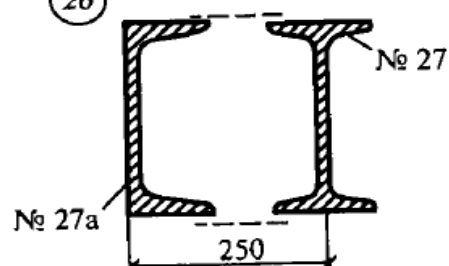
24



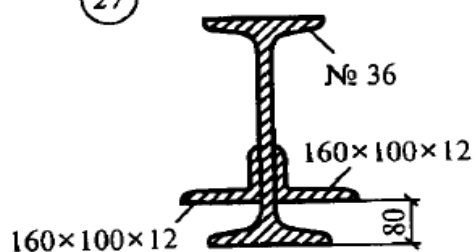
25



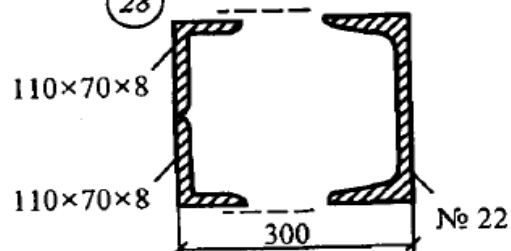
26



27



28



### Источники информации:

- 1.Эрдеди А.А. «Теоретическая механика»
2. Олофинская В.П.Техническая механика. Курс лекций с примерами практических и тестовых заданий. М.: Форум, 2017г. Приложение 1

## Практическое занятие №6

### Определение параметров движения точки для любого вида движения, построение графиков перемещений, скоростей и ускорений для равномерного и неравномерного движения.

#### Цель задания:

1. Изучить способы задания движения.
2. Научиться определять путь, скорость и ускорение точки при естественном способе задания движения.
3. Научиться строить кинематические графики.

Построить графики пути, скорости и ускорения точки, движущейся прямолинейно согласно закону  $s = f(t)$  для первых пяти секунд движения. Строить по масштабу. Данные для своего варианта взять из таблицы 1. Задание выполнять в тетради для контрольных работ: аккуратно и по линейке строить.

Методические указания к выполнению практическому заданию 6.

1. Продифференцировать заданное уравнение движения, чтобы получить уравнение скорости:  $V = ds/dt$ , м/с

2. Продифференцировать уравнение скорости, чтобы получить значение тангенциального ускорения:  $a_t = dV/dt$ , м/с<sup>2</sup>

3. Составить сводную таблицу числовых значений пути,  $S$ , скорости,  $v$ , тангенциального ускорения,  $a_t$ , при значениях времени  $t$  от 0 до 5с:

$t$ , с	0	1	2	3	4	5
$S$ , м						
$V$ , м/с						
$a_t$ , м/с <sup>2</sup>						

4. Построить графики пути  $S$ , скорости  $v$ , ускорения  $a_t$ , выбрав масштабы для изображения по осям ординат, а также одинаковый для всех графиков масштаб времени по оси абсцисс.

Таблица 1 – Исходные данные для расчёта к заданию 6

Вариант	Уравнение движения точки	Вариант	Уравнение движения точки
1	$S = 20t^2 - 5t$	16	$S = 13t^2 - 3t$

2	$S = 20t^2 - 4t$	17	$S = 16t^2 - 4t$
3	$S = 15t^2 - 2t$	18	$S = 16t^2 - 3t$
4	$S = 15t^2 - 2t$	19	$S = 16t^2 - 2t$
5	$S = 19t^2 - 5t$	20	$S = 15t^2 - 5t$
6	$S = 14t^2 - 5t$	21	$S = 15t^2 - 4t$
7	$S = 14t^2 - 5t$	22	$S = 15t^2 - 3t$
8	$S = 18t^2 - 4t$	23	$S = 20t^2 - 3t$
9	$S = 14t^2 - 4t$	24	$S = 20t^2 - 2t$
10	$S = 18t^2 - 3t$	25	$S = 19t^2 - 5t$
11	$S = 14t^2 - 3t$	26	$S = 20t^2 - 4t$
12	$S = 18t^2 - 2t$	27	$S = 19t^2 - 3t$
13	$S = 14t^2 - 2t$	28	$S = 19t^2 - 2t$
14	$S = 17t^2 - 5t$	29	$S = 17t^2 - 4t$
15	$S = 13t^2 - 5t$	30	$S = 13t^2 - 4t$

### Источники информации:

1. Олофинская В.П. Техническая механика. Курс лекций с примерами практических и тестовых заданий. М.: Форум, 2017г. (стр.66-73)

## Практическое занятие №7

### Определение параметров вращения тела вокруг неподвижной оси и движения его точек

#### Цель задания:

1. Ознакомиться с простейшими движениями твёрдого тела: поступательным и вращательным.
2. Научиться определять угловые характеристики вращающегося тела.

Вал вращается согласно заданному уравнению  $\varphi = f(t)$ . Определить угловую скорость, угловое ускорение, линейную скорость и полное ускорение вала в момент времени  $t = 1$  с. Сколько оборотов сделает вал за 20 секунд? Данные своего варианта взять из таблицы 1. Задание выполнять в тетради для контрольных работ: аккуратно.

Методические указания к выполнению практическому заданию 7.

1. Записать условие задачи, что дано и что требуется определить, исходя из данных для своего варианта.
2. Определить уравнение угловой скорости вала  $\omega = f(t)$  и вычислить её значение при  $t = 1$  с.
3. Определить уравнение углового ускорения вала  $\varepsilon = f(t)$  и вычислить его значение при  $t = 1$  с.
4. Определить линейную скорость:  $V = \omega \times r$ , м/с
5. Определить касательное и тангенциальное ускорения:  
 $a_t = \varepsilon \times r$ ,  $a_n = \omega^2 \times r$
6. Определить полное ускорение:  
 $a^2 = a_t^2 + a_n^2$ ,  $a = \dots$  м/с<sup>2</sup>
7. Определить угол поворота вала  $\varphi$  за  $t = 20$  с.
8. Определить число оборотов вала  $N = \varphi / 2\pi$

Таблица 1 – Исходные данные для расчёта к заданию 7

Вариант	Уравнение вращения вала	d, м	Вариант	Уравнение вращения вала	d, м
1	$\varphi = 1,2t^2 + 2t - 3$	0,1	16	$\varphi = 1,1t^2 + 2t - 3$	0,2
2	$\varphi = 1,2t^2 + t + 2$	0,2	17	$\varphi = 1,2t^2 + t - 5$	0,1
3	$\varphi = 1,1t^2 + 2t + 1$	0,3	18	$\varphi = 1,2t^2 + t - 7$	0,3
4	$\varphi = 1,2t^2 + t - 4$	0,1	19	$\varphi = 1,1t^2 + 2t - 6$	0,2
5	$\varphi = 1,3t^2 - t + 5$	0,2	20	$\varphi = 1,1t^2 + 2t - 8$	0,4
6	$\varphi = 1,3t^2 - 2t - 4$	0,3	21	$\varphi = 1,1t^2 + t + 5$	0,1
7	$\varphi = 1,3t^2 - t + 8$	0,1	22	$\varphi = 1,1t^2 + t - 6$	0,2
8	$\varphi = 1,2t^2 + t + 2$	0,2	23	$\varphi = 1,3t^2 + 2t - 7$	0,3
9	$\varphi = 1,3t^2 - 2t + 5$	0,3	24	$\varphi = 1,2t^2 - t + 8$	0,4

10	$\varphi = 1,1t^2 + 2t - 3$	0,4	25	$\varphi = 1,1t^2 + t + 5$	0,2
11	$\varphi = 1,1t^2 + t - 4$	0,2	26	$\varphi = 1,1t^2 + 2t - 4$	0,1
12	$\varphi = 1,2t^2 + t - 8$	0,3	27	$\varphi = 1,2t^2 - t + 5$	0,4
13	$\varphi = 1,1t^2 + 2t - 4$	0,1	28	$\varphi = 1,2t^2 - t + 8$	0,2
14	$\varphi = 1,2t^2 + t - 5$	0,4	29	$\varphi = 1,2t^2 - 2t - 6$	0,3
15	$\varphi = 1,1t^2 + 2t - 3$	0,3	30	$\varphi = 1,2t^2 + t - 7$	0,1

### Источники информации:

1.Олофинская В.П.Техническая механика. Курс лекций с примерами практических и тестовых заданий. М.: Форум, 2017г. (стр.66-73)

## Практическое занятие №8

### Определение скорости точек плоских механизмов.

#### Определение кинематических параметров простейших движений твердого тела

#### Цель работы:

- 1.Знать формулы для определения параметров поступательного и вращательного движений и кинематические графики.
- 2.Уметь определять кинематические параметры тела при поступательном и вращательном движениях, определять параметры любой точки тела.

#### Расчетные формулы для определения параметров поступательного движения тела

Все точки тела движутся одинаково. Закон равномерного движения:

$$S = S_0 + vt.$$

Закон равнопеременного движения:

$$S = S_0 + v_0t + \frac{a_t t^2}{2}.$$

Здесь  $S_0$  — путь, пройденный до начала отсчета, м;

$v_0$  — начальная скорость движения, м/с;

$a_t$  — постоянное касательное ускорение, м/с<sup>2</sup>

Скорость:

$$v = S'; v = v_0 + a_t t.$$

Ускорение:

$$a_t = v'.$$

Закон неравномерного движения:

$$S = f(t^3).$$

Кинематические графики поступательного движения представлены на рис. 1.

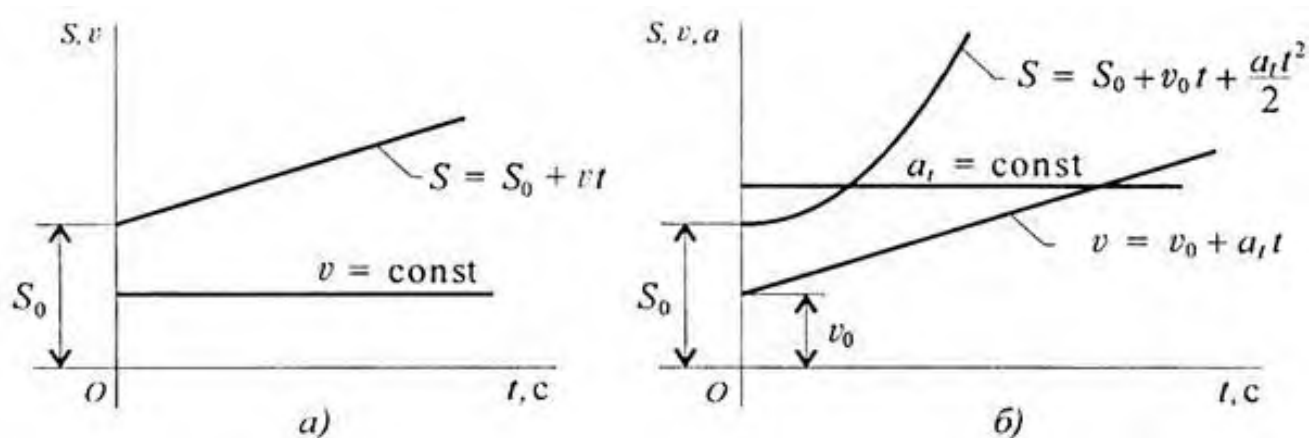


Рисунок 1 - Кинематические графики поступательного движения

Точки тела движутся по окружностям вокруг неподвижной оси (оси вращения).

Закон равномерного вращательного движения:

$$\varphi = \varphi_0 + \omega t.$$

Закон равнопеременного вращательного движения:

$$\varphi = \varphi_0 + \omega_0 t + \frac{\varepsilon t^2}{2}.$$

Закон неравномерного вращательного движения:

$$\varphi = f(t^3).$$

Здесь  $\varphi$  — угол поворота тела за время  $t$ , рад;

$\omega$  — угловая скорость, рад/с;

$\varphi_0$  — угол поворота, на который развернулось тело до начала отсчета;

$\omega_0$  — начальная угловая скорость;

$\varepsilon$  — угловое ускорение, рад/с<sup>2</sup>;

Угловая скорость:

$$\omega = \varphi'; \quad \omega = \omega_0 + \varepsilon t;$$

Угловое ускорение:

$$\varepsilon = \omega'.$$

Кинематические графики вращательного движения представлены на рис. 2.

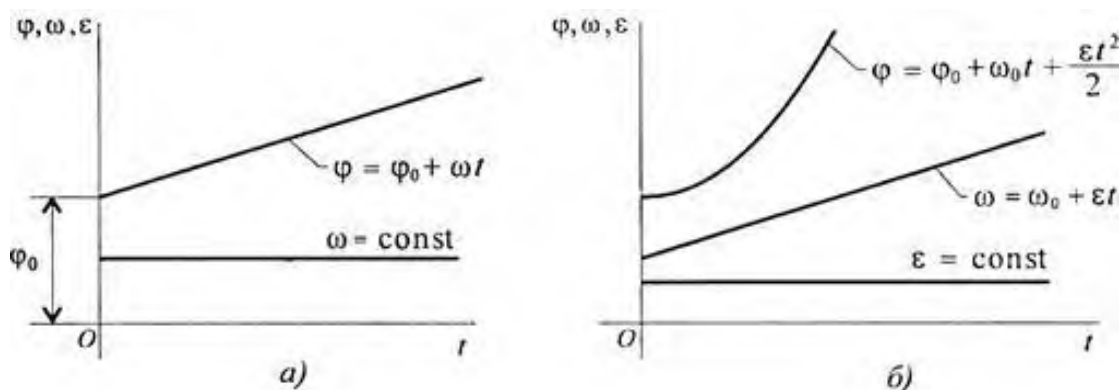


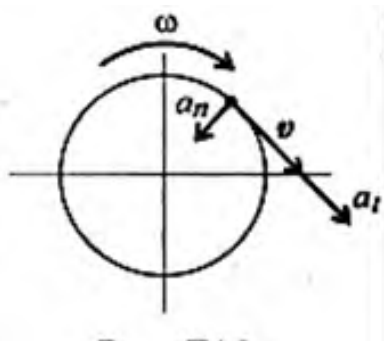
Рисунок 2 - Кинематические графики вращательного движения

Число оборотов вращения тела:

$$z = \varphi / (2\pi).$$

$$\omega = \frac{2\pi n}{60} = \frac{\pi n}{30}.$$

Угловая частота вращения:  $n$ , об/мин.



$v$  — линейная скорость точки A:  
 $v = \omega r$ , м/с;  
 $a_t$  — касательное ускорение точки A:  
 $a_t = \varepsilon r$ , м/с<sup>2</sup>;  
 $a_n$  — нормальное ускорение точки A:  
 $a_n = \omega^2 r$ , м/с<sup>2</sup>.

Рисунок 3 - Параметры движения точки вращающегося тела

### Задание

Движение груза A задано уравнением  $y = at^2 + bt + c$ , где  $[y] = \text{м}$ ,  $[t] = \text{с}$ .

**Цель работы** — подставив заданные коэффициенты в общее уравнение движения, определить вид движения. Определить скорость и ускорение груза в моменты времени  $t_1$  и  $t_2$ , а также скорость и ускорение точки B на ободе барабана лебедки (рис.5 и табл.1).

### Теоретическое обоснование

Точки тела движутся по окружностям вокруг неподвижной оси (ось вращения).

Закон равномерного вращательного движения:  $\varphi = \varphi_0 + \omega t$ . (1)

Закон равнопеременного вращательного движения:  $\varphi = \varphi_0 + \omega_0 \cdot t + \frac{\varepsilon t^2}{2}$  (2)

Закон неравномерного вращательного движения:  $\varphi = f(t^3)$ .

Здесь  $\varphi$  – угол поворота тела за время  $t$ , рад;

$\omega$  – угловая скорость, рад/с;

$\varphi_0$  – угол поворота, на который развернулось тело до начала отсчета;

$\omega_0$  – начальная угловая скорость;

$\varepsilon$  – угловое ускорение, рад/с<sup>2</sup>

Угловая скорость:  $\omega = \varphi'$ ;  $\omega = \omega_0 + \varepsilon t$ ; (3)

Угловое ускорение:  $\varepsilon = \omega'$ .

Кинематические графики вращательного движения представлены на рис. 4 а, б.

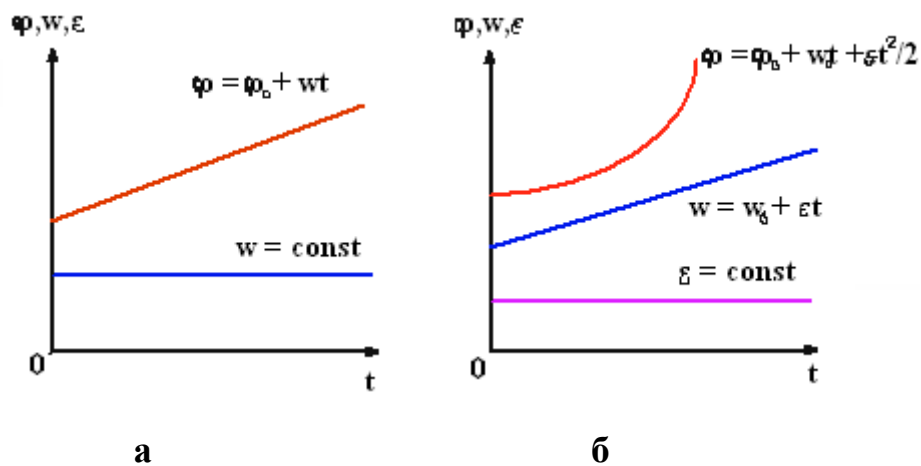


Рисунок 4

Число оборотов вращения тела:  $z = \varphi/(2\pi)$ .

Угловая скорость вращения:  $n$ , об/мин.

$$\omega = \frac{2\pi n}{60} = \frac{\pi n}{30} \quad (4)$$

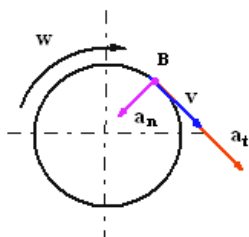


Рисунок 5

Параметры движения точки вращающегося тела (рис.5):

$v$  – линейная скорость точки В

$$v = \omega r, \text{ м/с; (5)}$$

$a_t$  - касательное ускорение точки В

$$a_t = \varepsilon \cdot r, \text{ м/с}^2 \text{ (6)}$$

$a_n$  - нормальное ускорение точки В

$$a_n = \omega^2 \cdot r, \text{ м/с}^2 \text{ (7)}$$

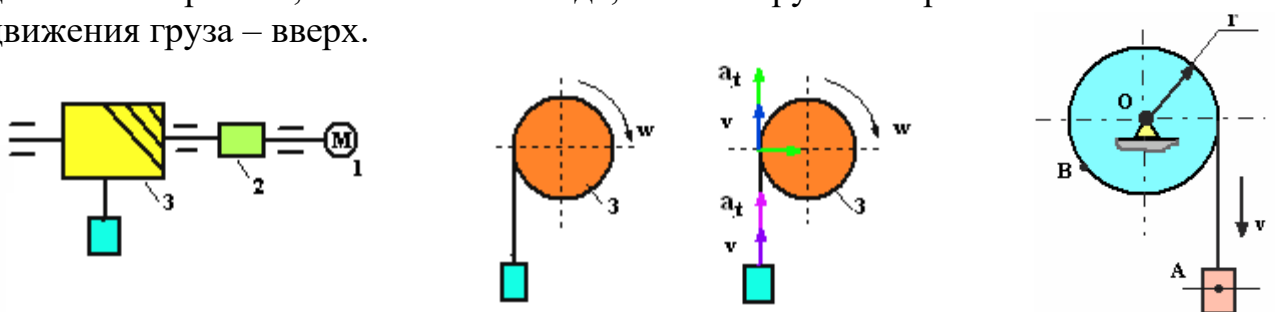
### Порядок выполнения работы

1. Определить вид движения, подставив заданные коэффициенты в общее уравнение движения.
2. Определить уравнения скорости и ускорения груза.
3. Определить полное число оборотов шкива.
4. Определить нормальное и касательное ускорения точки на ободе шкива в указанные моменты времени.

### Пример выполнения

Для перемещения груза применена барабанная лебедка, привод которой состоит из электродвигателя 1 и редуктора 2 (понижает угловую скорость вала двигателя до требуемой на барабане). Барабан 3 служит для преобразования вращательного движения в поступательное движение груза.

Диаметр барабана  $d = 0,2$  м, а уравнение его вращения  $\varphi = 30t + 6t^2$ . Для момента времени  $t_1 = 0,5$  с, определить все кинематические характеристики движения барабана, точки на его ободе, а также груза. Направление движения груза – вверх.



1. Определяем кинематические характеристики движения барабана. Угол поворота барабана за время  $t_1$ :

$$\varphi_1 = 30 \cdot 0,5 + 6 \cdot 0,5^2 = 16,5 \text{ рад.}$$

Угловая скорость барабана:

$$\omega = \varphi' = (30t + 6t^2)' = 30 + 12t \neq \text{const} - \text{движение неравномерное.}$$

При  $t_1 = 0,5$  с. получим  $\omega_1 = 30 + 12 \cdot 0,5 = 36 \text{ рад/с}$

Угловое ускорение барабана:

$$\varepsilon = w' = (30 + 12t)' = 12 \text{ рад/с}^2 = \text{const.}$$

Так как ускорение положительно и постоянно, то барабан вращается равноускоренно.

- Кинематические характеристики движения любой точки на ободе барабана, например точки А, определяются через угловые характеристики движения барабана.

Для момента времени  $t_1$  получим:

$$\text{расстояние, пройденное точкой } s = \varphi_1 * r = 16,5 * 0,1 = 1,65 \text{ м}$$

$$\text{Скорость точки: } v_1 = w_1 * r = 36 * 0,1 = 3,6 \text{ м/с};$$

$$\text{касательное ускорение: } a_{\tau} = \varepsilon * r = 12 * 0,1 = 1,2 \text{ м/с}^2 ;$$

$$\text{нормальное ускорение } a_n = w^2 * r = 36^2 * 0,1 = 130 \text{ м/с}^2 .$$

- Кинематические характеристики груза равны соответствующим характеристикам любой точки тягового троса, а значит, и точки А, лежащей на ободе барабана.

Таблица 1

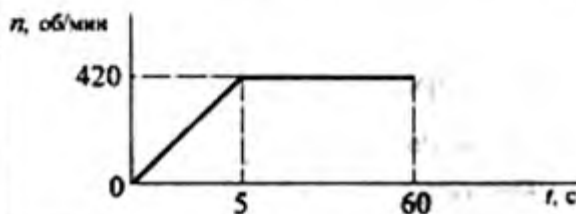
Вариант	Параметр					
	a, м/с <sup>2</sup> .	в, м/с	с, м	r, м	t <sub>1</sub> , м	t <sub>2</sub> , м
1	2	0	3	0,2	1	3
2	0	3	4	0,4	2	4
3	3	4	0	0,6	1	3
4	0	2	5	0,8	2	4
5	3	0	2	0,5	1	3
6	3	4	0	0,4	2	4
7	2	0	4	0,3	1	3
8	0	3	2	0,2	2	4
9	4	4	0	0,8	1	3
10	0	2	3	0,6	2	4
11	0	2	2	0,2	2	3

12	3	0	3	0,4	3	5
13	4	3	4	0,6	2	3
14	2	0	0	0,8	3	5
15	0	3	2	0,5	2	3
16	4	3	0	0,4	3	5
17	0	2	3	0,3	2	3
18	3	0	2	0,2	3	5
19	4	4	4	0,8	2	3
20	2	0	0	0,6	3	5
21	2	2	0	0,2	1	3
22	0	3	3	0,4	2	4
23	3	4	4	0,6	1	3
24	0	3	2	0,8	2	4
25	3	2	0	0,5	1	3
26	3	0	4	0,4	2	5
27	2	3	0	0,3	1	3
28	0	2	3	0,2	2	5
29	4	4	4	0,8	1	3
30	0	4	2	0,6	2	5

Пройти тест из пяти вопросов и ответы привести в виде таблицы

1 -	2 -	3 -	4 -	5 -
-----	-----	-----	-----	-----

В о п р о с ы	О т в е т ы	К о д
1. По заданному закону вращения вала $\varphi = 0,25t^3 + 4t$ определить вид движения ( $\varphi$ – в радианах; $t$ – в секундах).	Равномерное	1
	Равноускоренное	2
	Равнозамедленное	3
	Переменное	4
2. Закон вращательного движения колеса $\varphi = 4t - 0,25t^2$ . Определить время до полной остановки.	6 с	1
	8 с	2
	10 с	3
	12 с	4
3. Определить число оборотов до полной остановки колеса. Движение описано в вопросе 2.	0	1
	1,25 оборотов	2
	2,55 оборотов	3
	3,65 оборотов	4
4. Колесо вращается с угловой скоростью 52 рад/с. Радиус колеса 45 мм. Определить полное ускорение точек на ободе колеса.	71,7 м/с <sup>2</sup>	1
	101,6 м/с <sup>2</sup>	2
	121,7 м/с <sup>2</sup>	3
	173,7 м/с <sup>2</sup>	4
5. Частота вращения вала меняется согласно графику. Определить полное число оборотов за время движения.	2530 рад	1
	385,4	2
	402,9	3
	2420 рад	4



#### Источники информации:

2. Эрдеди А.А. «Теоретическая механика» гл.11,12
3. Олофинская В.П. Техническая механика. Курс лекций с примерами практических и тестовых заданий. М.: Форум, 2017г. (стр.86-89)

## Практическое занятие №9

### Решение задач с помощью метода кинетостатики

#### Цель занятия:

- отработка практических навыков решения задач на равновесие материальной системы при помощи принципа Даламбера.

*Вопросы для подготовки:*

1. Силы инерции и моменты сил инерции, частные случаи приведения сил инерции. Метод кинетостатики.
2. Принцип Даламбера для точки
3. Принцип Даламбера для механической системы.
4. Определение работы, совершаемой силами инерции, при различных видах движения твердого тела.

#### Порядок решения задач с использованием принципа Даламбера

- Составить расчетную схему.
- Выбрать систему координат.
- Выяснить направление и величину ускорения.
- Условно приложить силу инерции.
- Составить систему уравнений равновесия.
- Определить неизвестные величины.

#### **Пример 1.**

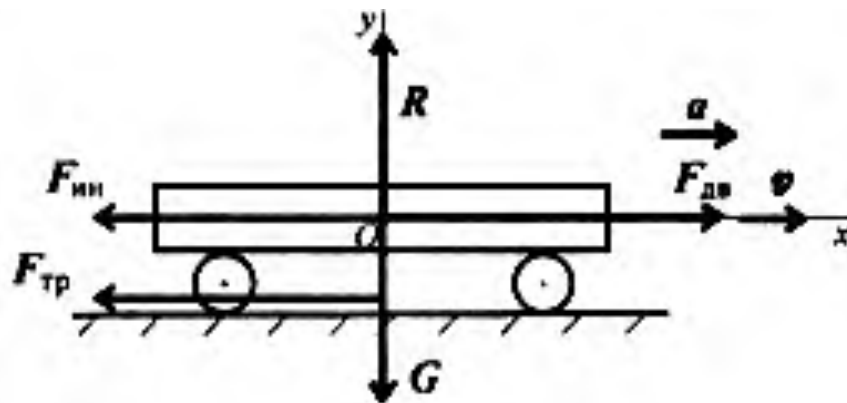


Рисунок 1

Рассмотрим движение платформы по шероховатой поверхности с ускорением (рис.1).

**Решение:**

$$|F_{ин}| = ma;$$

$$F_{тр} = fR,$$

$$\sum_0^n F_{kx} = 0 \Rightarrow F_{дв} - F_{ин} - F_{тр} = 0;$$

$$\sum F_{ky} = 0 \Rightarrow R - G = 0;$$

где  $F_{дв}$  — движущая сила;  $F_{тр}$  — сила трения;  $G$  — сила тяжести;  $R$  — реакция опоры;  $F_{ин}$  — сила инерции;  $f$  — коэффициент трения.

## Пример 2.

Тело весом 3500 Н движется вверх по наклонной плоскости согласно уравнению  $S = 0,16t^2$  (рис.2). Определить величину движущей силы, если коэффициент трения тела о плоскость  $f = 0,15$ .

### Решение:

1. Составим расчетную схему, выберем систему координат с осью  $Ox$  вдоль наклонной плоскости.

Активные силы: движущая, сила трения, сила тяжести. Наносим реакцию в опоре перпендикулярно плоскости. Чтобы верно направить силу инерции, необходимо знать направление ускорения, определить это можно по уравнению движения.

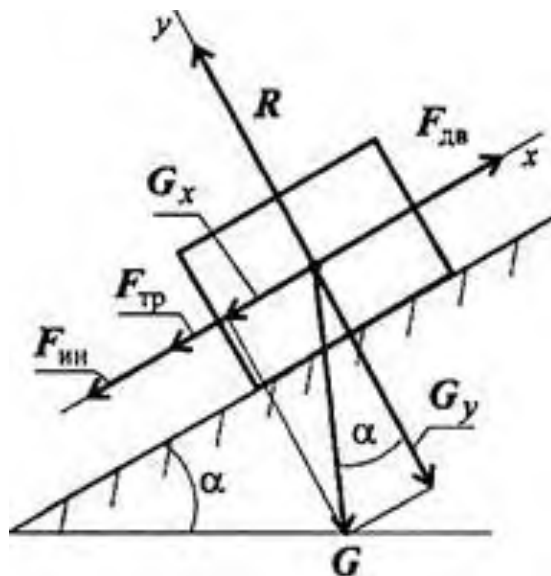


Рисунок 2

При  $a > 0$  движение равноускоренное.

2. Определяем ускорение движения:

$$a = v' = S''; v = S' = 0,32t; a = v' = 0,32 \text{ м/с}^2 > 0.$$

Силу  $F_{ин}$  направим в обратную от ускорения сторону.

3. По принципу Даламбера составим уравнения равновесия:

$$\sum_0^n F_{kx} = 0; \quad F_{дв} - G_x - F_{тр} - F_{ин} = 0; \quad G_x = G \sin 30^\circ.$$

$$\sum_0^n F_{ky} = 0; \quad R - G_y = 0; \quad G_y = G \cos 30^\circ; \quad R = G_y.$$

4. Подставим все известные величины в уравнения равновесия:

$$F_{тр} = fR; \quad F_{тр} = fG_y = fG \cos 30^\circ;$$

$$F_{ин} = ma = \frac{G}{g}a;$$

$$F_{дв} - G \sin 30^\circ - fG \cos 30^\circ - \frac{G}{g}a = 0.$$

Выразим неизвестную силу и решим уравнение:

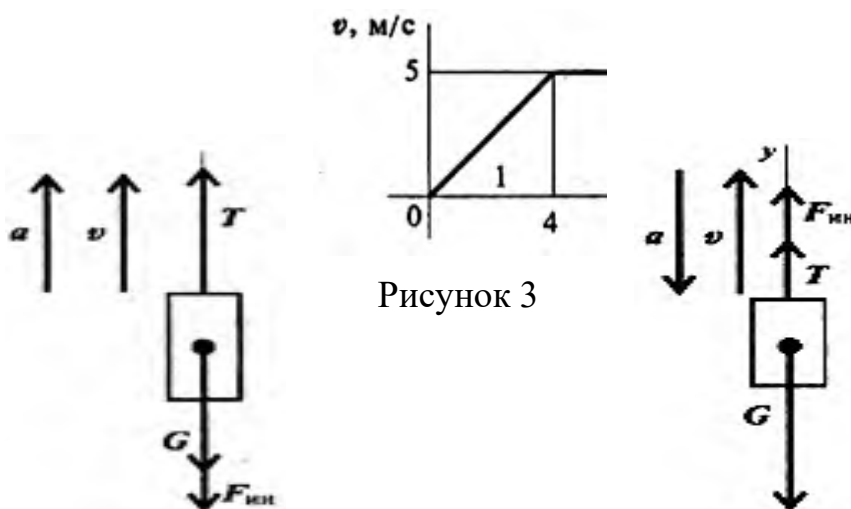
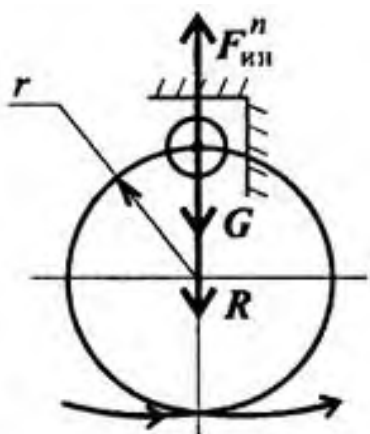


Рисунок 3

Рисунок 4

Рисунок 5

$$F_{дв} = 3500 \cdot 0,5 + 0,15 \cdot 3500 \cdot 0,866 + 3500 \cdot 0,32 / 9,81 = 2318,8 \text{ Н.}$$



**Пример 3.** Самолет выполняет «мертвую петлю» при скорости  $160 \text{ м/с}$ , радиус петли  $1000 \text{ м}$ , масса летчика  $75 \text{ кг}$ . Определить величину давления тела на кресло в верхней точке «мертвой петли».

1. Схема сил, действующих на летчика (рис. 6):

Рисунок 6

где  $G$  — сила тяжести,  $R$  — реакция в опоре,

$F_{ин}^n$  — сила инерции.

Сила давления летчика на кресло равна силе давления опоры на летчика.

Уравнение равновесия (движение равномерное по дуге, действует только нормальное ускорение):  $F_{ин}^n - G - R = 0$ ;

$$R = F_{ин}^n - G; \quad R = m \frac{v^2}{r} - mg = m \left( \frac{v^2}{r} - g \right);$$

$$R = 75 \left( \frac{160^2}{1000} - 9,81 \right) \approx 1184 \text{ Н.}$$

#### Пример 4.

По подкрановой балке (рис.7) перемещается тельферная тележка, грузоподъемность которой  $m = 104 \text{ кг}$ . Определить добавочные динамические реакции опор балки при указанном на рисунке положении тележки, если тележка поднимает максимальный груз с ускорением  $a = 6,5 \text{ м/с}^2$ .

Решение

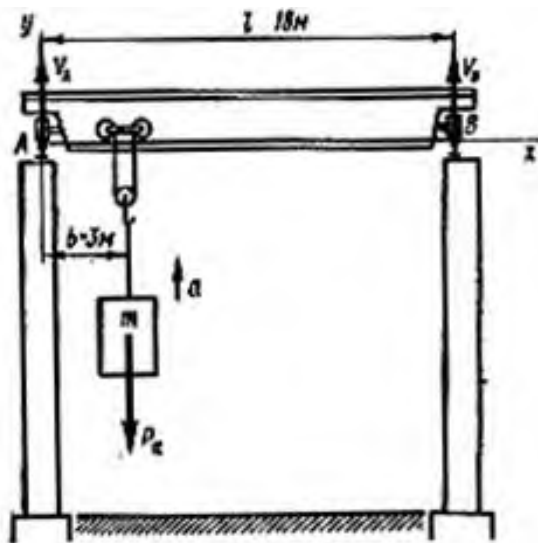


Рисунок 7

Добавочные динамические реакции  $V_A$  и  $V_B$  опор балки возникнут от силы инерции груза

$$P_{и} = ma = 10^4 \cdot 6,5 = 65 \cdot 10^3 \text{ Н} = 65 \text{ кН.}$$

Сила инерции направлена вниз, так как ускорение груза направлено вверх. Освобождаем балку от связей и заменяем их действие реакциями  $V_A$  и  $V_B$ . Составляем уравнения равновесия:

$$\sum P_{iy} = 0;$$

$$V_A - P_{и} + V_B = 0;$$

$$\sum m_A = 0;$$

$$P_{и}b - V_B l = 0.$$

Решая уравнения, находим:

$$V_B = P_n b / l = 65 \cdot 3 / 18 = 10,8 \text{ кН},$$

$$V_A = P_n - V_B = 65 - 10,8 = 54,2 \text{ кН}.$$

### Контрольные вопросы и задания

1. Объясните разницу между понятиями «инертность» и «сила инерции».
2. К каким телам приложена сила инерции, как направлена и по какой формуле может быть рассчитана?
3. В чем заключается принцип кинетостатики?
4. Задано уравнение движения материальной точки  $S = 8,6 t^2$ . Определите ускорение точки в конце десятой секунды движения.
5. Тело движется вниз по наклонной плоскости (рис. 8). Нанесите силы, действующие на тело; используйте принцип Даламбера, запишите уравнение равновесия.

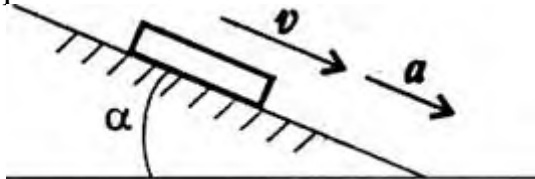


Рисунок 8

6. Лифт спускается вниз с ускорением (рис. 9). Нанесите силы, действующие на кабину лифта, используя принцип кинетостатики, запишите уравнения равновесия.

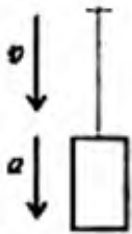


Рисунок 9

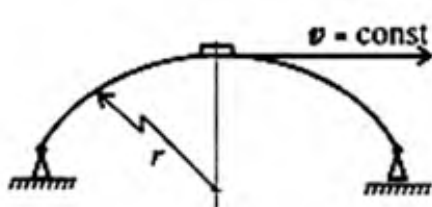


Рисунок 10

7. Автомобиль въезжает на арочный мост с постоянной скоростью  $v$  (рис. 10). Нанесите силы, действующие на автомобиль в середине моста, используя принцип кинетостатики, запишите уравнения равновесия.

## Практическое занятие №10

### Расчет бруса на растяжение-сжатие

#### Цель работы:

1. Формирование умений выполнять расчеты бруса на прочность
2. Уметь определять и строить эпюры продольных сил, нормальных напряжений, продольных деформаций стержня
3. Развитие умений анализировать, сравнивать и делать выводы.

### **Последовательность решения задач на растяжение - сжатие**

1. Разбить брус на участки, начиная от свободного конца. Границами участков являются сечения, в которых приложены внешние силы, и места изменения размеров поперечного сечения.
2. Определить по методу сечений продольную силу для каждого участка по формуле

$$\sum F_{iz} = 0$$

и построить эпюру продольных сил  $N$ . Проведя параллельно оси бруса базовую (нулевую) линию эпюры, отложить перпендикулярно ей в произвольном масштабе получаемые значения. Через концы ординат провести линии, проставить знаки и заштриховать эпюру линиями.

3. Для построения эпюры нормальных напряжений определяем напряжения в поперечных сечениях каждого из участков по формуле

$$\sigma_i = \frac{N_i}{A_i}$$

В пределах каждого участка напряжения постоянны, т. е. эпюра на данном участке изображается прямой, параллельной оси бруса.

4. Перемещение свободного конца бруса определяем как сумму удлинений (укорочений) участков бруса

$$\Delta l = \sum \Delta l_i,$$

вычисленных по формуле Гука

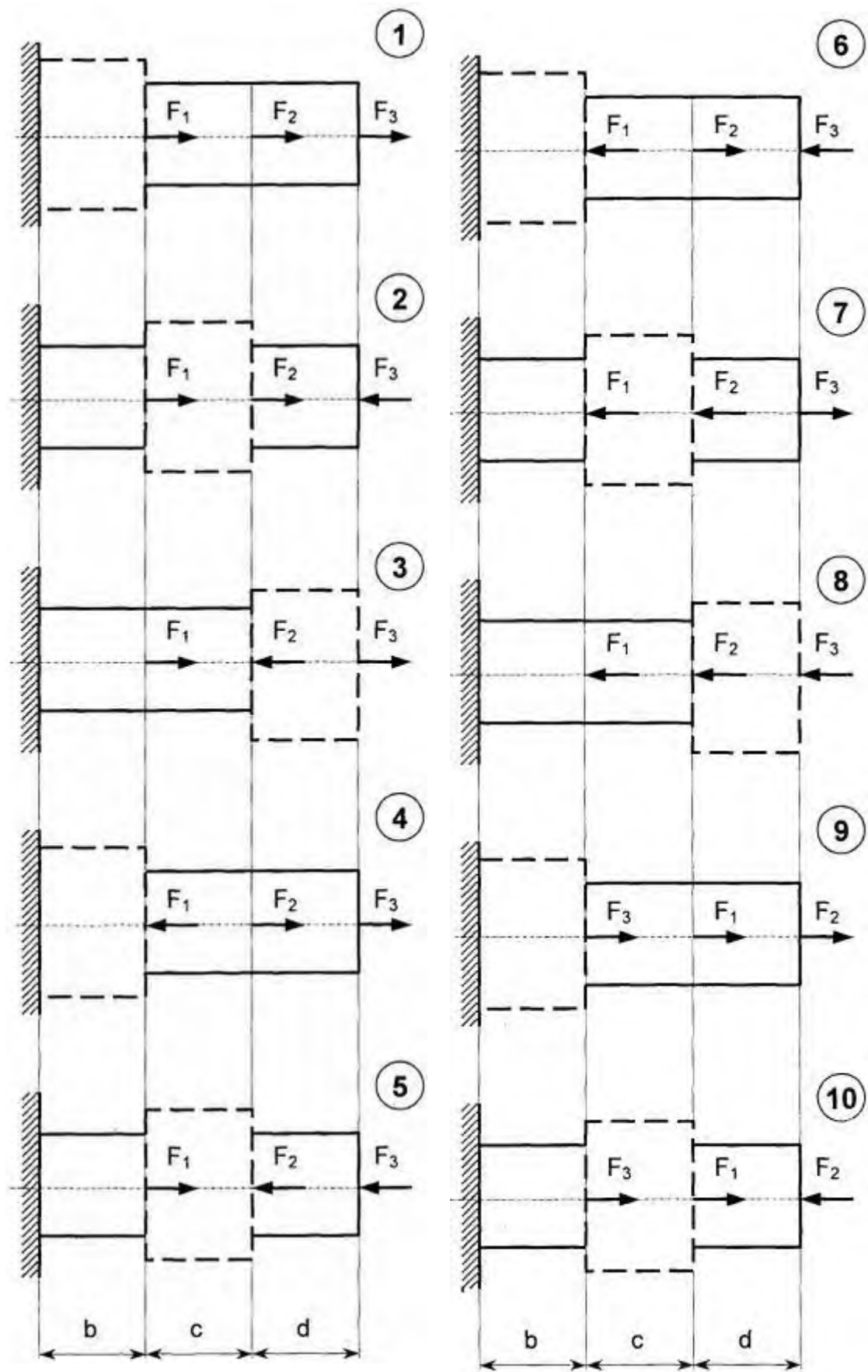
$$\Delta l_i = \frac{N_i}{A_i} \cdot \frac{l_i}{E}$$

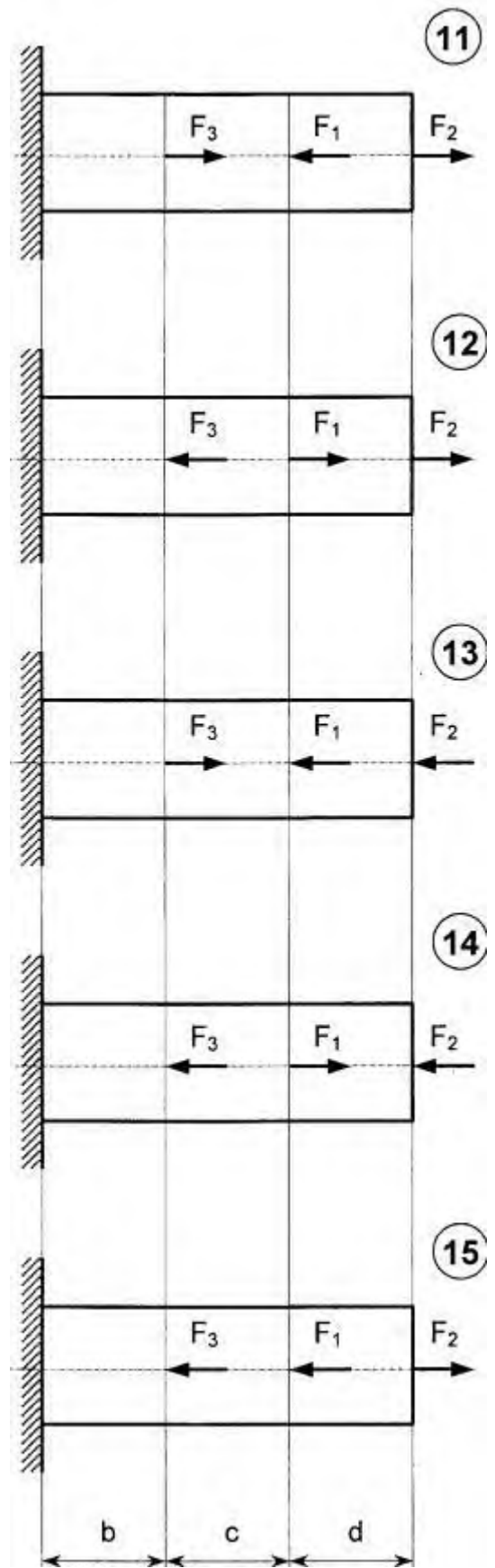
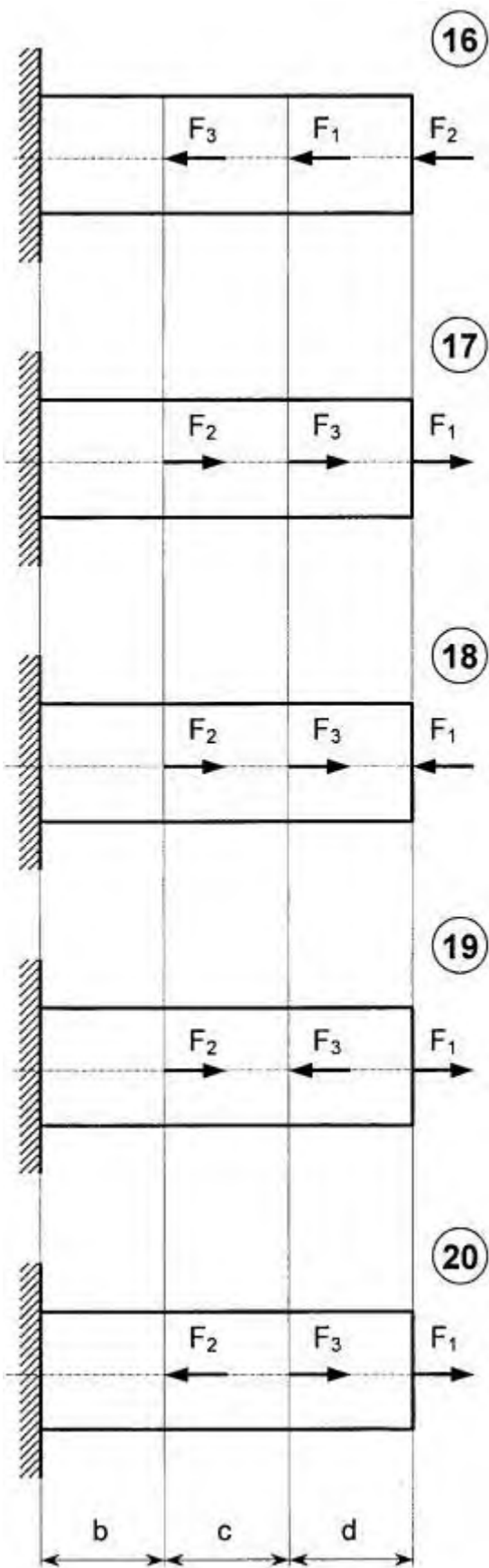
### **Исходные данные для выполнения контрольного задания по теме Растяжение-сжатие**

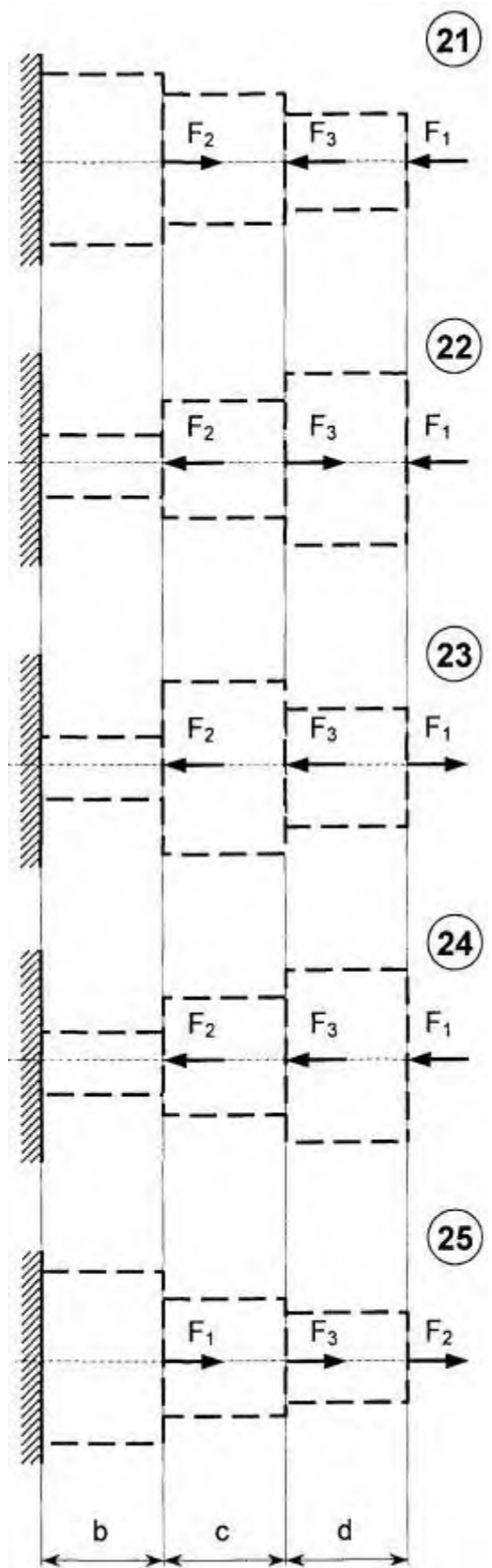
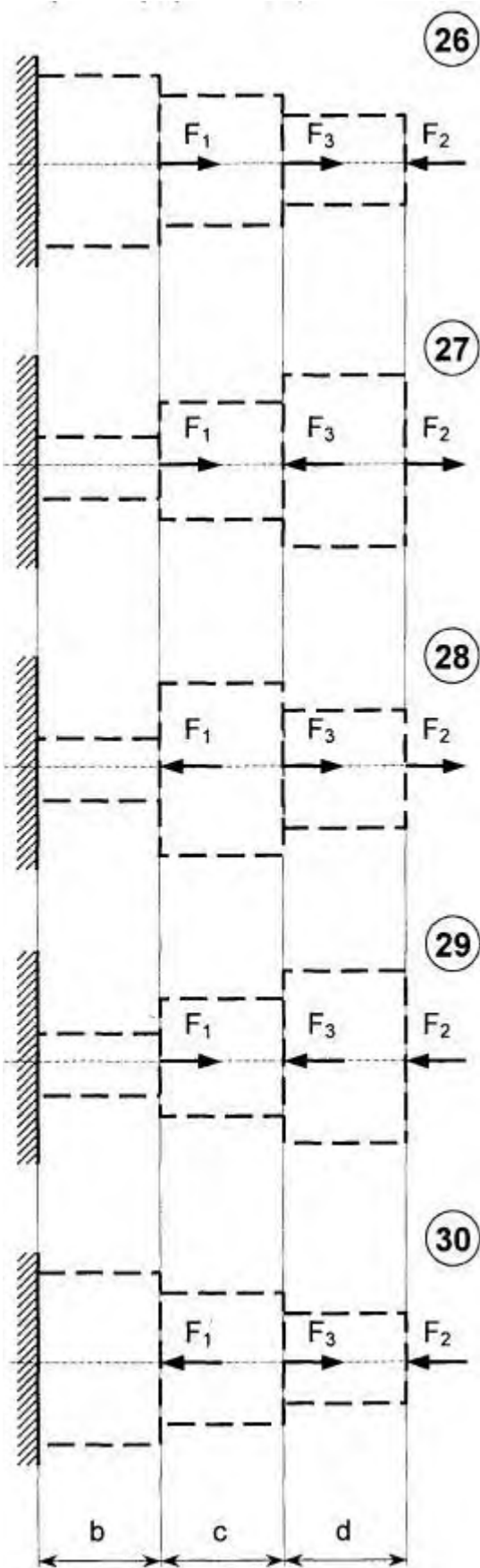
Таблица 1 – Данные для расчета

<i>Вариант</i>	<i>b , мм</i>	<i>c, мм</i>	<i>d, мм</i>	<i>F<sub>1</sub>, кН</i>	<i>F<sub>2</sub>, кН</i>	<i>F<sub>3</sub>, кН</i>
1	120	180	210	10	40	50
2	180	240	100	20	10	40
3	240	360	180	30	20	10
4	360	420	200	40	30	20
5	480	240	120	50	40	30
6	300	150	150	80	50	40
7	360	300	240	20	60	50
8	420	360	300	30	20	60
9	400	480	240	50	30	20
10	380	360	480	60	50	30
11	140	170	230	10	30	60
12	150	320	120	20	40	30
13	180	240	360	30	50	20
14	220	300	240	40	20	30
15	250	120	180	50	60	20
16	280	150	100	60	80	40
17	320	180	200	70	30	60
18	350	100	150	80	20	50
19	400	150	250	90	10	70
20	450	240	160	100	70	10
21	280	220	180	15	25	75
22	350	250	220	20	35	65
23	440	280	250	25	40	55
24	350	300	280	30	45	50
25	380	280	300	35	50	40
26	400	320	350	40	60	35
27	380	340	360	45	70	30
28	290	380	400	50	80	25
29	360	400	260	55	90	30
30	370	420	280	60	85	40

Площади сечений бруса:  $A_1=2\text{см}^2$ ,  $A_2=2,5\text{см}^2$ ,  $A_3=3\text{см}^2$

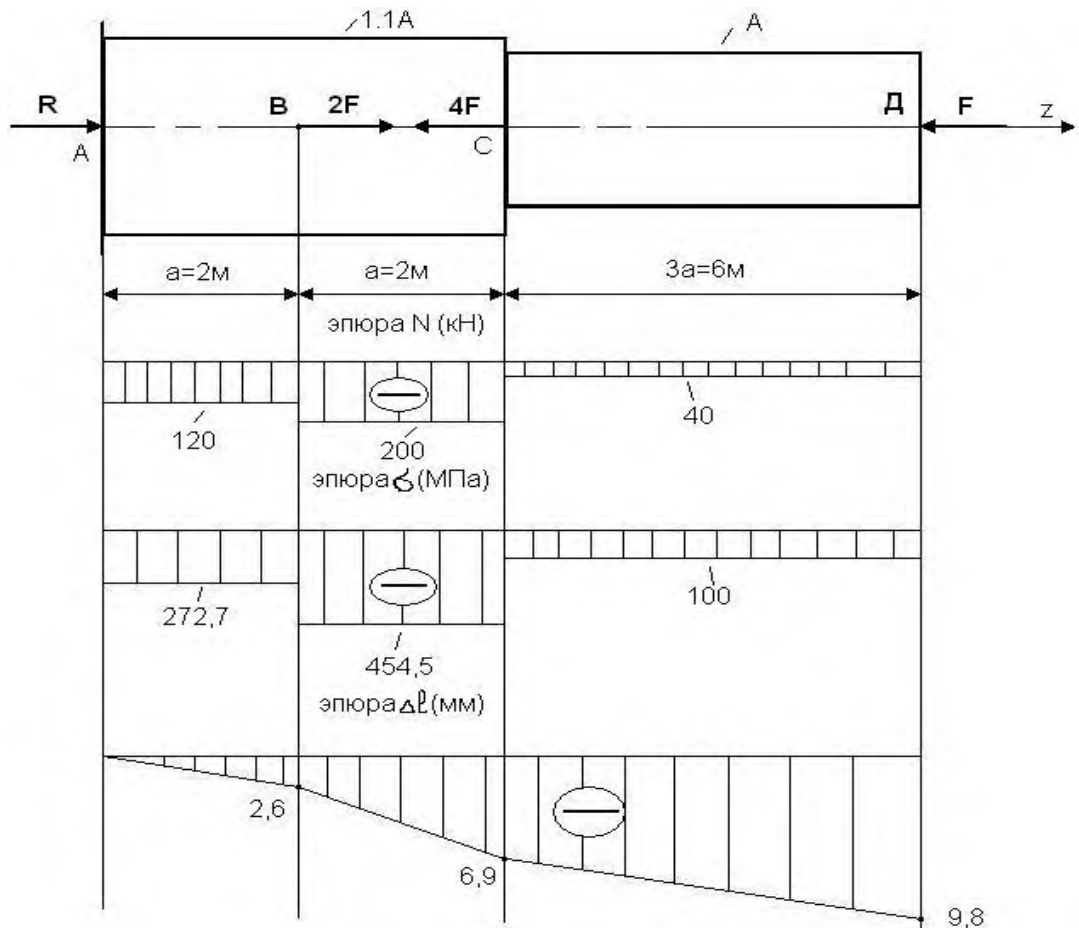






**Пример** Для стального ступенчатого бруса требуется:

- определить значения продольной силы и нормального напряжения по длине бруса;
- построить эпюры  $N$ ,  $\sigma$ ;
- определить абсолютное удлинение (укорочение) бруса и построить эпюру  $\Delta l$ . Модуль продольной упругости  $E = 2 \cdot 10^5$  МПа.



**Дано:**

$$a = 2 \text{ м}$$

$$A = 400 \text{ мм}^2$$

$$F = 40 \text{ кН}$$

$$[\sigma] = 160 \text{ МПа}$$

$$E = 2,1 \cdot 10^5 \text{ МПа}$$

**Решение:**

- Определяем реакцию в заделке:

$$\sum F_{iz} = 0$$

$$-F - 4 \cdot F + 2 \cdot F + R = 0$$

$$R = 5 \cdot F - 2 \cdot F = 3F$$

$$R = 3 \cdot 40 = 120 \text{ кН}$$

- Разбиваем брус на участки, начиная со свободного конца. Определяем

продольные силы в сечениях:

$$N_1 = -F = -40 \text{ кН}$$

$$N_2 = -F - 4 \cdot F = -5 \cdot F = -5 \cdot 40 = -200 \text{ кН}$$

$$N_3 = -F - 4 \cdot F + 2 \cdot F = -5 \cdot F + 2 \cdot F = -3 \cdot F = -3 \cdot 40 = -120 \text{ кН}$$

Строим эпюру  $N$ , придерживаясь масштаба:

3. Определяем нормальные напряжения в сечениях:

$$\sigma_1 = \frac{N_1}{A} = -\frac{40 \cdot 10^3}{400} = -100 \text{ МПа}$$

$$\sigma_2 = \frac{N_2}{1.1 \cdot A} = -\frac{200 \cdot 10^3}{1.1 \cdot 400} = -454.5 \text{ МПа}$$

$$\sigma_3 = \frac{N_3}{1.1 \cdot A} = -\frac{120 \cdot 10^3}{1.1 \cdot 400} = -272.7 \text{ МПа}$$

Строим эпюру  $\sigma$ , придерживаясь масштаба.

4. Определяем абсолютные удлинения участков, приняв сечение  $A$  неподвижным:

$$\Delta l_A = 0$$

$$\Delta l_{B-A} = \frac{N_3 \cdot a}{E \cdot 1.1 \cdot A} = -\frac{120 \cdot 10^3 \cdot 2}{2.1 \cdot 10^5 \cdot 10^6 \cdot 1.1 \cdot 400 \cdot 10^{-6}} = -2.6 \cdot 10^{-3} \text{ м} = -2.6 \text{ мм}$$

$$\Delta l_{C-A} = \Delta l_{B-A} + \Delta l_{C-B} = \Delta l_{B-A} + \frac{N_2 \cdot a}{E \cdot 1.1 \cdot A}$$

$$\Delta l_{C-A} = -2.6 \cdot 10^{-3} - \frac{200 \cdot 10^3 \cdot 2}{2.1 \cdot 10^5 \cdot 10^6 \cdot 1.1 \cdot 400 \cdot 10^{-6}} = -2.6 \cdot 10^{-3} - 4.3 \cdot 10^{-3} = -6.9 \cdot 10^{-3} \text{ м} = -6.9 \text{ мм}$$

$$\Delta l_{D-A} = \Delta l_{C-A} + \Delta l_{D-C} = \Delta l_{C-A} + \frac{N_1 \cdot 3 \cdot a}{E \cdot A}$$

$$\Delta l_{D-A} = -6.9 \cdot 10^{-3} - \frac{40 \cdot 10^3 \cdot 3 \cdot 2}{2.5 \cdot 10^5 \cdot 10^6 \cdot 400 \cdot 10^{-6}} = -6.9 \cdot 10^{-3} - 2.9 \cdot 10^{-3} = -9.8 \cdot 10^{-3} \text{ м} = -9.8 \text{ мм}$$

м.

Строим эпюру  $\Delta l$ , придерживаясь масштаба.

$$\sigma_{\max} = 454,5 \text{ МПа}$$

$$\sigma_{\max} > [\sigma]$$

Следовательно, по условию прочности вал не проходит.

### Источники информации:

1. Олофинская В.П. Техническая механика. Курс лекций с примерами практических и тестовых заданий. М.: Форум, 2017г.
2. Эрдеди А.А. «Теоретическая механика»

## Практическое занятие №11

### Определение напряжений в конструктивных элементах при растяжении-сжатии

**Цель работы:** Научиться проводить проверочный расчет по допускаемому напряжению

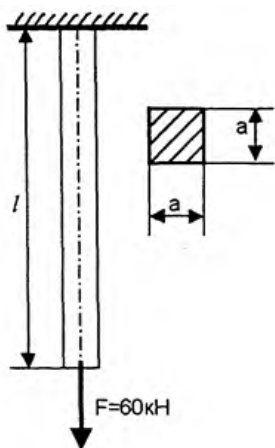
*Алгоритм расчета на прочность:*

1. Определение положения опасного сечения;

1.1. Построение эпюры продольной силы  $N(F)$ ;

1.2. Определение максимального значения напряжения в опасном сечении  $\sigma_{\max} = \sigma/A$ ;

2. Решение условия прочности  $\sigma_{\max} \leq [\sigma]$ , соответственно поставленной задаче.



**Пример 1.** Определить размеры поперечного сечения стальной ( $E = 2,1 \cdot 10^5 \text{ МПа}$ ) штанги (длина  $l = 2,5 \text{ м}$ ) при условии, чтобы её удлинение равнялось  $[\Delta l] = 2 \text{ мм}$ . Чему при этом будут равны напряжения в поперечном сечении штанги?

*Решение:*

По формуле Гука, учитывая, что продольная сила во всех поперечных сечениях штанги одинакова ( $N=F$ ), имеем:

Найдем площадь поперечного сечения штанги при  $[\Delta l] = 2 \text{ мм}$ :

$$A = \frac{F \cdot l}{E[\Delta l]} = \frac{60 \cdot 10^3 \cdot 2,5}{2,1 \cdot 10^5 \cdot 10^6 \cdot 2 \cdot 10^{-3}} = 3,57 \cdot 10^{-4} \text{ м}^2 = 357 \text{ мм}^2 \quad a = \sqrt{A} = \sqrt{357} = 18,9 \text{ мм}$$

**Пример 2.** Жесткая балка  $AB$  нагружена сосредоточенной силой и поддерживается с помощью стержня  $CD$  (рис.1). Подберем сечение стержня в виде двух стальных прокатных равнобоких уголков и в виде двух стальных тяг круглого сечения. В расчетах примем нормативное значение силы  $P_n = 100 \text{ кН}$ ,  $\gamma_f = 1,4$ ,  $\gamma_c = 1,0$ ,  $R = 210 \text{ МПа} = 21 \text{ кН/см}^2$ .

Определим расчетное значение силы:

$$P_p = P_n \gamma_f = 100 \cdot 1,4 = 140 \text{ кН}.$$

Определим с помощью уравнения равновесия расчетное значение продольной силы в стержне  $CD$ :

$$\sum M_A = 0, \quad 2N - 3P = 0, \quad N = \frac{3 \cdot 140}{2} = 210 \text{ кН}.$$

Вычислим значение требуемой по условию прочности площади поперечного сечения стержня:

$$F \geq \frac{N}{R_{\gamma_c}} = \frac{210}{21 \cdot 1,0} = 10 \text{ см}^2.$$

В первом варианте принимаем по сортаменту сечение стержня в виде двух равнобоких уголков (рис. 2, а) — 2L56×56×5. Площадь поперечного сечения стержня равна  $F = 2 \cdot 5,41 = 10,82 \text{ см}^2$ .

Во втором варианте определяем требуемый диаметр сечения каждого стержня (рис. 2, б):

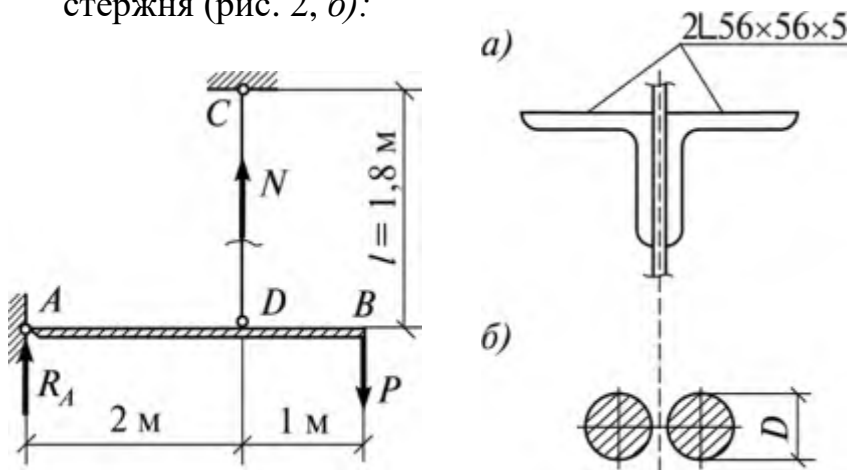


Рис. 1

Рис. 2

$$F = 2 \frac{\pi D^2}{4} \geq 10 \text{ см}^2, \quad D \geq 2,52 \text{ см}.$$

Округлив в большую сторону, примем  $D = 2,6 \text{ см}$ .

Определим для первого варианта сечения значения напряжений в поперечном сечении стержня:

$$\sigma = \frac{N}{F} = \frac{210}{10,82} = 19,41 \text{ кН/см}^2 = 194,1 \text{ МПа} < R_{\gamma_c} = 210 \text{ МПа}.$$

Прочность стержня обеспечена с небольшим запасом.

### Источники информации:

1. Олофинская В.П. Техническая механика. Курс лекций с примерами практических и тестовых заданий. М.: Форум, 2017г.
2. Эрдеди А.А. «Теоретическая механика»

## Лабораторная работа №1

**Тема:** Испытание на растяжение образца из низколегированной стали

**Цель работы:** Ознакомиться с проведением испытания на растяжение и определением показателей прочности и пластичности.

**Приборы, материалы и инструмент:** Для проведения работы необходимо иметь разрывную испытательную машину, образцы для испытания на растяжение; штангенциркуль; микрометр 0—25 мм) линейку с делениями; бумагу для записи диаграммы.

Для испытания на растяжение применяют цилиндрические или плоские образцы (рис.1). По ГОСТ 1497—61 рекомендуется применять цилиндрические образцы. На рабочей части образцов не должно быть следов механической обработки, забоин и других дефектов, образцы должны быть без кривизны и закалочных трещин.

### Образцы для испытаний на растяжение



Рисунок 1- Стандартный образец для испытания на растяжение

Для испытания на растяжение применяется разрывная машина ИМ-4Р.

Таблица 1- Испытание металла на растяжение

№	Диаметр образца до испытания $d_0$ , мм	Площадь образца до испытания $A_0 = \frac{\pi \cdot d_0^2}{4}$ мм <sup>2</sup>	Диаметр образца после испытания, $d$ , мм	Площадь образца после испытания $A = \frac{\pi \cdot d^2}{4}$ мм <sup>2</sup>	Относительное сужение $\varphi = \frac{A_0 - A}{A_0} \times 100\%$	Первоначальная длина образца $l_0$ , см	Конечная длина образца $l$ , см	Абсолютное удлинение $\Delta l = l - l_0$ см	Относительное удлинение $\delta = \frac{\Delta l}{l_0} \cdot 100\%$
1	6		3,8			30,4	38,2		
2	6		3,55			30,4	38		
3	6		3,65			30,4	38,5		
Среднее значение					✓				✓

Сталь 20 ГОСТ 1050-89  $\delta = 25\%$ ,  $\varphi = 55\%$ , HB156

Вывод:



Рисунок 2 - Малогабаритная разрывная испытательная машина ИМ – 4Р

Предназначена для статических испытаний образцов плоских сварных соединений на растяжение, изгиб с наибольшей предельной нагрузкой 50 тонн. Эта гидравлическая испытательная машина с торсионным силоизмерением имеет два диапазона измерения нагрузок.

Малогабаритная разрывная испытательная машина РМ-50 может быть применена в стационарных и передвижных лабораториях контроля качества сварных соединений на строительстве магистральных трубопроводов.

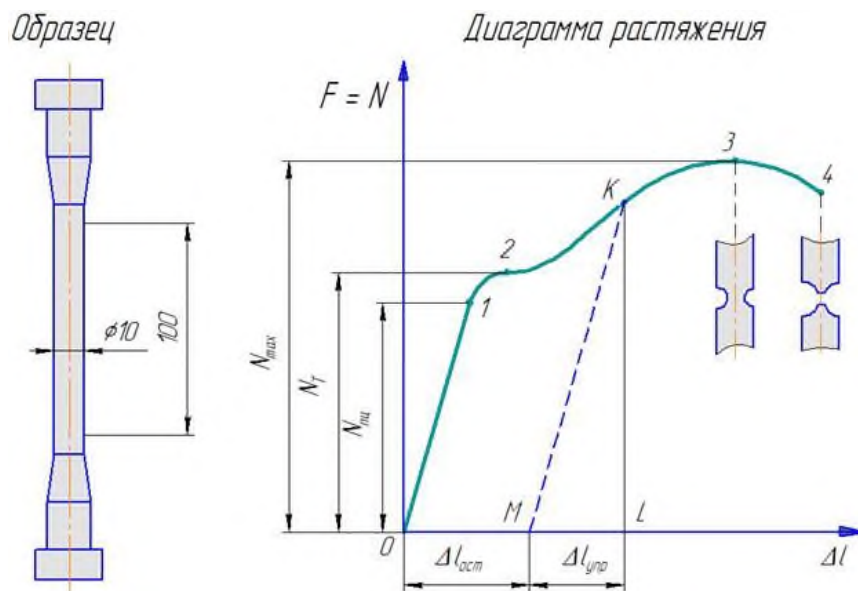


Рисунок 2 – Диаграмма растяжения стали

## Практическое занятие №12

### Геометрические характеристики плоских сечений. Определение моментов инерции сложных сечений, имеющих ось симметрии

#### Теоретическое обоснование

Координаты центра тяжести сечения можно выразить через статический момент:

$$x_c = \frac{S_y}{A} \quad y_c = \frac{S_x}{A}$$

где относительно оси  $Ox$   $S_x = \int y dA = y_c \cdot A$   
 относительно оси  $Oy$   $S_y = \int x dA = x_c \cdot A$

Статический момент площади фигуры относительно оси, лежащей в этой же плоскости, равен произведению площади фигуры на расстояние ее центра тяжести до этой оси. Статический момент имеет размерность  $L^3$ . Статический момент может быть величиной положительной, отрицательной и равен нулю (относительно любой центральной оси).

Осевым моментом инерции сечения называется взятая по всему сечению сумма произведений или интеграл элементарных площадок на квадраты их расстояний до некоторой оси, лежащей в плоскости рассматриваемого сечения

$$I_x = \int y^2 dA$$

$$I_y = \int x^2 dA$$

Осевой момент инерции выражается в единицах -  $L^4$ . Осевой момент инерции- величина всегда положительная и не равна нулю.

Оси, проходящие через центр тяжести фигуры, называются центральными. Момент инерции относительно центральной оси называется центральным моментом инерции.

Момент инерции относительно какой-либо оси равен центральному моменту инерции относительно оси, параллельной данной, плюс произведение площади фигуры на квадрат расстояния между осями.

$$I_x = I_{xc} + a^2 A$$

$$I_y = I_{yc} + b^2 A$$

Из ряда параллельных осей момент инерции будет наименьшим относительно центральной оси.

Моменты инерции некоторых простых фигур:

для круга  $I_x = I_y = \frac{\pi d^4}{64} \approx 0,05 d^4$

для кольца  $I_x = I_y = \frac{\pi d^4}{64} (1 - c^4) \approx 0,05 d^4 (1 - c^4)$   $c = d_o/d$

для полукруга  $I_x \approx 0,11 r^4 \approx 0,0068 d^4$   $I_y = \frac{\pi r^4}{8}$

для квадрата  $I_x = I_y = \frac{b^4}{12}$

для прямоугольника  $I_x = \frac{bh^3}{12}$   $I_y = \frac{hb^3}{12}$

для треугольника  $I_x = \frac{bh^3}{36}$   $I_y = \frac{bh^3}{48}$

Размеры и геометрические характеристики профилей стандартного проката приведены в таблицах ГОСТа (см. Приложение).

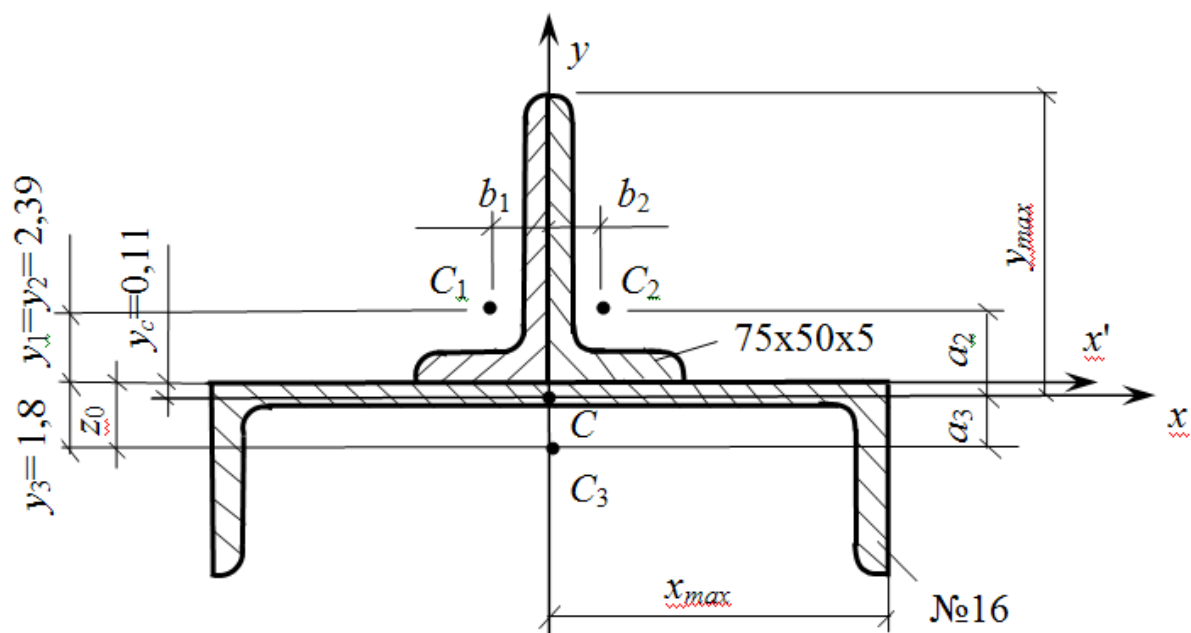
### Алгоритм решения

1. Определяют положение центра тяжести сечения, а следовательно, и главных центральных осей (через статический момент)
2. Вычисляют (или берут) из таблиц значения моментов инерции отдельных частей сечения относительно собственных центральных осей, параллельных главным центральным осям всего сечения
3. Вычисляют моменты инерции частей, составляющих сечение, относительно его главных центральных осей. При этом используют зависимость между моментами инерции относительно параллельных осей
4. Определяют главные центральные моменты инерции всего сечения путем суммирования для каждой из главных осей

### Пример 1

Определить главные центральные моменты инерции, осевые моменты сопротивления сечения, составленного из стандартных профилей проката.

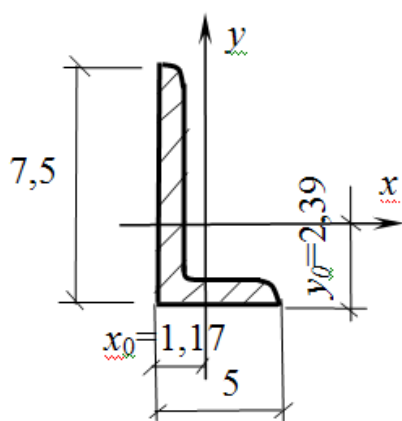
Сечение состоит из двух неравнополочных уголков 75×50×5 (маркировка в мм) и швеллера № 16 (№ швеллера говорит о его высоте в см).



1. Определим положение центра тяжести сечения.

Сечение симметрично относительно оси  $y$ , проводим её как ось – главную и центральную. Координата  $x_C=0$ . Для нахождения  $y_C$  проводим случайную ось  $x'$  (выбранную случайным образом). Обозначим центры тяжести всех профилей и выпишем необходимые характеристики профилей из сортамента прокатной стали.

Фигуры 1,2 – уголки 75×50×5

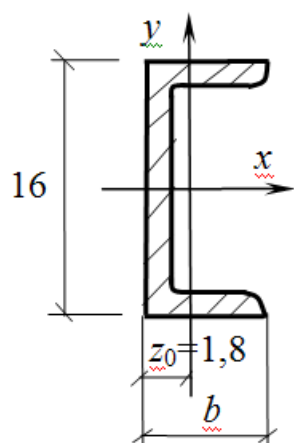


$$A_1=A_2=6,11 \text{ см}^2$$

$$I_{x1}=I_{x2}=34,8 \text{ см}^4$$

$$I_{y1}=I_{y2}=12,5 \text{ см}^4$$

Фигура 3 – швеллер №16



$$A_3 = 18,1 \text{ см}^2,$$

$$I_{x3} = 747 \text{ см}^4,$$

$$I_{y3} = 63,3 \text{ см}^4.$$

Покажем на схеме и определим координаты  $y$  для профилей

$$y_1 = y_2 = y_0 = 2,39 \text{ см},$$

$$y_3 = -z_0 = -1,8 \text{ см}.$$

Определим координату  $y_C$  по формуле

$$y_C = \frac{S_{x'}}{\sum A_i} = \frac{\sum A_i y_i}{\sum A_i},$$

где  $A_i$  – площадь каждого профиля,

$y_i$  – координата.

$$\begin{aligned} y_C &= \frac{A_1 \cdot y_1 + A_2 \cdot y_2 + A_3 \cdot y_3}{A_1 + A_2 + A_3} = \frac{(A_1 \cdot y_1) \cdot 2 + A_3 \cdot y_3}{A_1 \cdot 2 + A_3} = \\ &= \frac{(6,11 \cdot 2,39) \cdot 2 + 18,1 \cdot (-1,8)}{6,11 \cdot 2 + 18,1} = \frac{29,2 - 32,58}{12,22 + 18,1} = -\frac{3,38}{30,32} = -0,11 \text{ см} \end{aligned}$$

Проводим главную центральную ось  $x$  вниз от оси  $x'$  на 0,11 см, наносим т.С – центр тяжести всего сечения.

2. Определяем главные центральные моменты инерции по формулам перехода:

$$I_x = \sum (I_{xi} + A_i a_i^2), \quad I_y = \sum (I_{yi} + A_i b_i^2),$$

где  $I_{xi}, I_{yi}$  – моменты инерции каждой фигуры;

$A_i$  – площадь сечения каждой фигуры;

$a_i$  – расстояние от центра тяжести каждой фигуры до главной центральной оси  $x$ ;

$b_i$  – расстояние от центра тяжести каждой фигуры до главной центральной оси  $y$ .

Определяем  $a_i$  (смотрим схему)

$$a_1 = a_2 = y_1 + |y_C| = 2,39 + 0,11 = 2,5 \text{ см},$$

$$a_3 = -(|y_3| - |y_C|) = -1,69 \text{ см}.$$

Определяем  $I_x$ . Следует обратить внимание на то, что фигура 3 – швеллер – повернут, поэтому, для определения  $I_x$  следует из сортамента взять  $I_y$  швеллера.

$$I_{x3} = 63,3 \text{ см}^4$$

$$I_x = (I_{x1} + A_1 a_1^2) \cdot 2 + I_{x3} + A_3 a_3^2 = (34,8 + 6,11 \cdot 2,5^2) \cdot 2 + 63,3 + 18,1(-1,69)^2 = 145,97 + 63,3 + 51,69 = 261 \text{ см}^4.$$

Определяем  $I_y$ . Для швеллера (повернут)  $I_{y3} = I_x = 747 \text{ см}^4$ .

Определим размеры  $b_i$ , показываем на схеме.

$$b_1 = -x_0 = -1,17 \text{ см},$$

$$b_2 = x_0 = 1,17 \text{ см},$$

$b_3 = 0$ , т.к. центр тяжести швеллера лежит на оси  $y$ .

$$I_y = (I_{y1} + A_1 b_1^2) \cdot 2 + I_{y3} + A_3 b_3^2 = (12,5 + 6,11 \cdot 1,17^2) \cdot 2 + 747 + 0 = 788,73 \text{ см}^4$$

$$I_{\max} = I_y; I_{\min} = I_x.$$

3. Определим осевые моменты сопротивления сечения по формулам:

$$W_x = \frac{I_x}{y_{\max}}, W_y = \frac{I_y}{x_{\max}}$$

Из схемы видно, что

$$x_{\max} = \frac{1}{2} 16 = 8 \text{ см};$$

$$y_{\max} = |y_C| + h_{\text{уголка}} = 0,11 + 7,5 = 7,61 \text{ см}$$

Тогда

$$W_x = \frac{261}{7,61} = 34,3 \text{ см}^3, W_y = \frac{788,73}{8} = 98,6 \text{ см}^3$$

## Исходные данные для практической работы №12

Определить осевые моменты инерции сечения, составленного из сортового проката.

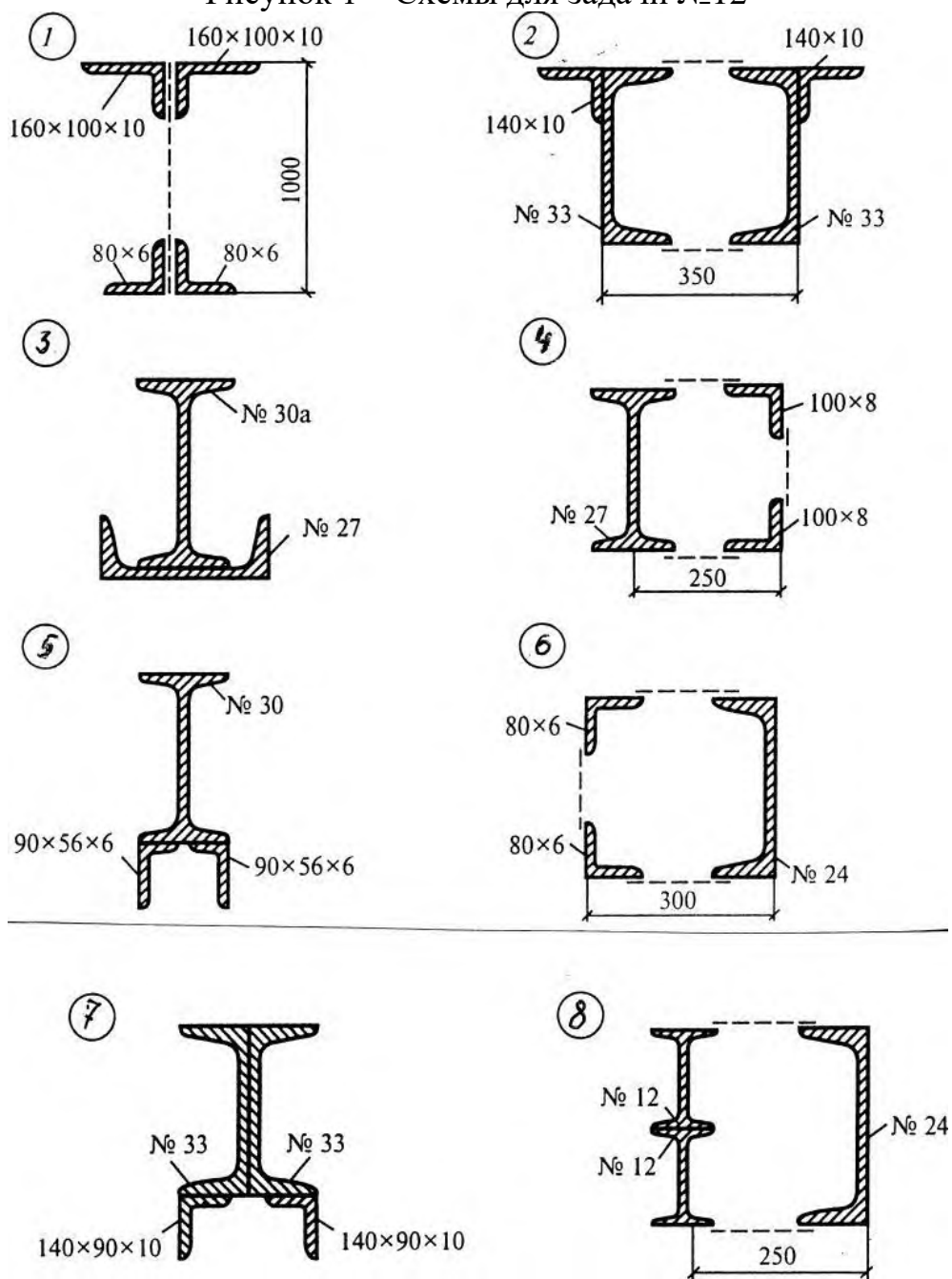
Исходные данные взять из таблицы 1 и рисунка 1.

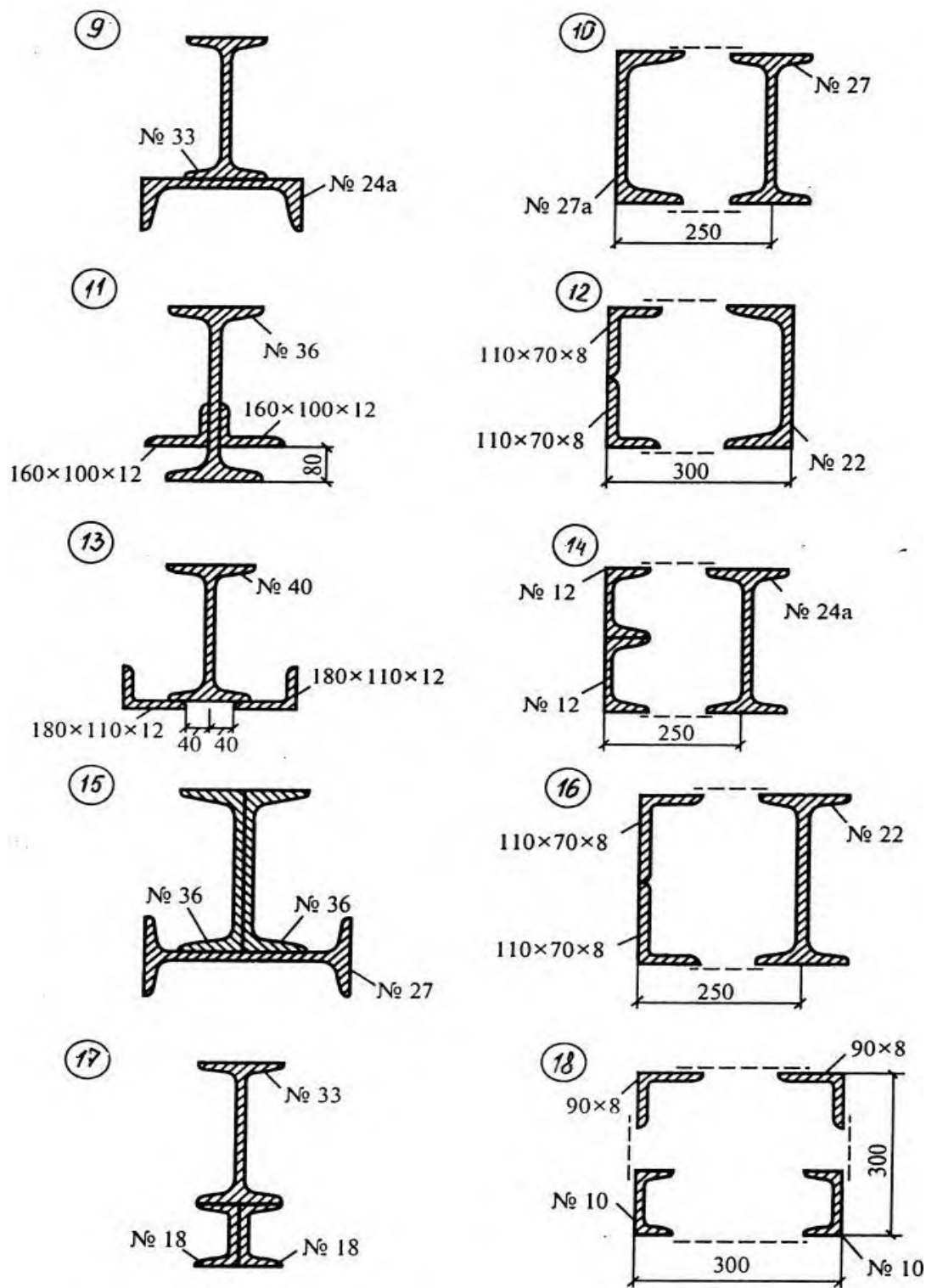
Таблица 1 – Исходные данные для задачи № 12

№варианта	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13
№ схемы	12	4	7	2	10	15	5	13	17	1	14	16	8

№варианта	14	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26
№ схемы	3	11	6	18	11	6	18	1	3	5	6	8	10

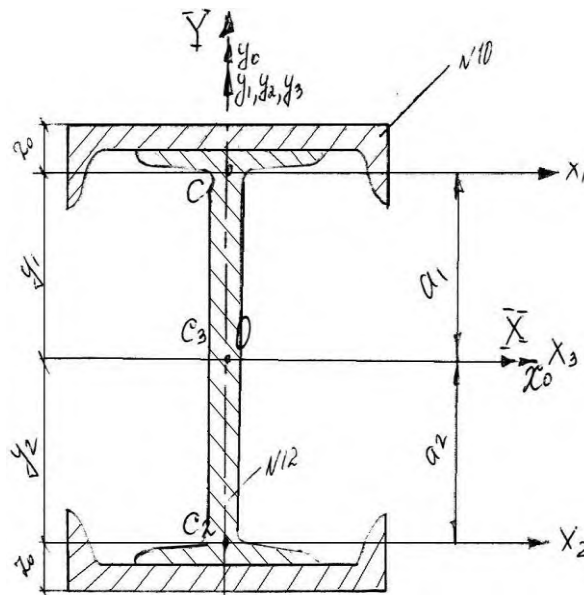
Рисунок 1 – Схемы для задачи №12





### Пример решения задачи

Определить: положение центра тяжести составного сечения и осевые моменты инерции.



Решение:

1. Указываем положение центра тяжести каждой фигуры:  $C_1, C_2, C_3$ ;
2. Выбираем координатные оси  $X_0, Y_0$
3. Определяем координаты сечений относительно выбранных осей:

$$C_1: x_1 = 0 \quad y_1 = \frac{h_1}{2} + \frac{d_1}{2} - z_{01}$$

$$d_1 = 4.5 \text{ мм} \quad z_{01} = 1.44 \text{ см}$$

$$y_1 = \frac{12}{2} + \frac{0.45}{2} - 1.44 = 4.785 \text{ см}$$

$$A_1 = 10.9 \text{ см}^2$$

$$C_2: x_2 = 0 \quad y_2 = -y_1 = -4.785 \text{ см}$$

$$A_2 = A_1 = 10.9 \text{ см}^2$$

$$C_3: x_3 = 0 \quad y_3 = 0 \quad A_3 = 14.7 \text{ см}^2$$

т. к. ось  $y$  – ось симметрии, то  $x_c = 0$ .

$$y_c = \frac{A_1 \cdot y_1 + A_2 \cdot y_2 + A_3 \cdot y_3}{A_1 + A_2 + A_3}$$

$$y_c = \frac{10.9 \cdot 4.785 - 10.9 \cdot 4.785}{10.9 \cdot 2 + 14.7} = 0$$

$C(0;0)$

4. Проводим через т. С центральные оси  $X$  и  $Y$

Обозначим расстояния  $a_1, a_2$  и определим их:

$$a_1 = a_2 = y_1 = 4.785 \text{ см}; \quad a_3 = 0; \quad e_1 = 0; e_2 = 0; e_3 = 0$$

4. Выписываем из сортамента осевые моменты инерции швеллера и двутавра:

$$J_{x_x}^I = 174 \text{ см}^4; J_{x_x}^I = 350 \text{ см}^4; J_{y_y}^I = 20.4 \text{ см}^4; J_{y_y}^I = 27.9 \text{ см}^4$$

5. Определяем  $J_x$  и  $J_y$  составного плоского сечения:

$$\begin{aligned}
 J_x &= J_x^I + J_x^{II} + J_x^{III} \\
 J_x^I &= J_x^I + a_1^2 \cdot A_1 \\
 J_x^I &= 20.4 + 10.9 \cdot 4.785^2 = 270 \text{ см}^4 \\
 J_x^{II} &= J_x^I = 270 \text{ см}^4 \\
 J_x^{III} &= J_x^I + a_3^2 \cdot A_3 = 350 \text{ см}^4 \\
 J_x &= 270 \cdot 2 + 350 = 890 \text{ см}^4 \\
 J_y &= J_y^I + J_y^{II} + J_y^{III} \\
 J_y^I &= J_y^I + a_1^2 \cdot A_1 = 174 \text{ см}^4 \\
 J_y^{II} &= J_y^I = 174 \text{ см}^4 \\
 J_y^{III} &= J_y^I + a_3^2 \cdot A_3 = 27.9 \text{ см}^4 \\
 J_y &= 174 \cdot 2 + 27.9 = 375.9 \text{ см}^4
 \end{aligned}$$

### Практическое занятие №13

#### Расчеты на прочность и жесткость при кручении круглого бруса

##### Цель работы:

1. Формирование умений выполнять расчеты валов на прочность при кручении
2. Развитие умений анализировать, сравнивать и делать выводы.

##### Порядок выполнения работы:

1. Определить вращающие моменты на шкивах
2. Построить эпюры крутящих моментов
3. Определить диаметры вала на каждом участке, используя условие прочности на кручение.

##### Ход работы:

1. Вал вращается с постоянной угловой скоростью, следовательно, система вращающих моментов уравновешена. Мощность, подводимая к валу без потерь на трение, равна сумме мощностей, снимаемых с вала:

$$P_1 = P_2 + P_3 + P_4 \text{ кВт.}$$

2. Определяем вращающие моменты на шкивах:

3. Для построения эпюры крутящих моментов разбиваем брус на три участка, границами которых являются сечения, в которых приложены внешние моменты. В пределах каждого участка значения крутящих моментов таковы:

$$M_{кр1} = \dots \text{ Нм;}$$

$$M_{кр2} = \dots \text{ Нм;}$$

$$M_{кр3} = \dots \text{Нм};$$

По найденным значениям строим эпюру крутящих моментов.

4. Из условия прочности на кручение:

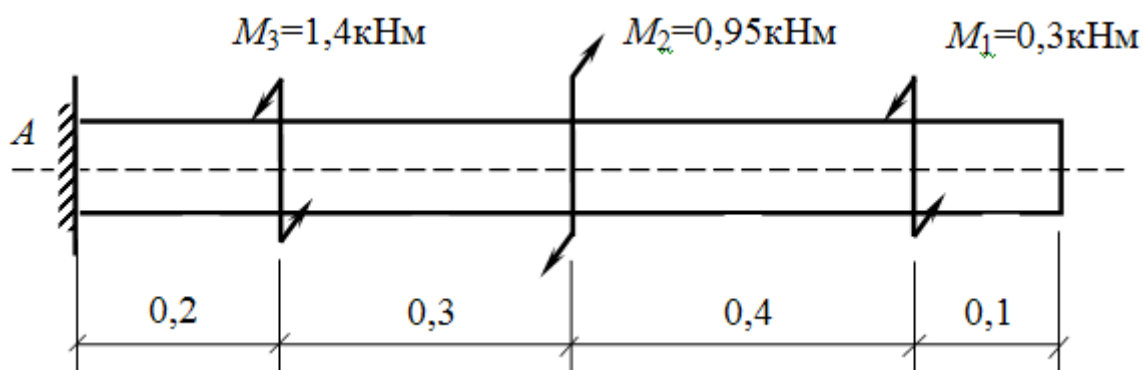
$$\tau_{кр} = \frac{M_{кр}}{W_p} \leq [\tau_{кр}], \text{ где } W_p = 0,2d^3,$$

$$\tau_{кр} = \frac{M_{кр}}{0,2d^3} \leq [\tau_{кр}]$$

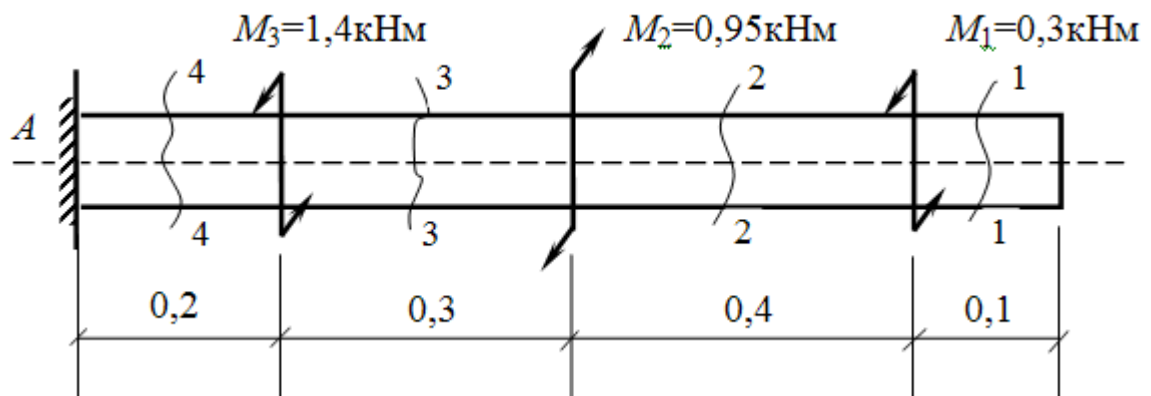
определяем диаметры вала на каждом участке по формуле  $d \geq \sqrt[3]{\frac{M_{кр}}{0,2[\tau_{кр}]}}$ :

### Пример 1

Для заданного стального бруса  $d=50\text{мм}$  (материал – сталь Ст3) построить эпюры крутящих моментов, углов поворота поперечных сечений. Проверить прочность бруса, если допускаемое касательное напряжение  $[\tau]=30\text{МПа}$ . Подобрать для бруса кольцевое сечение при  $\alpha = \frac{d}{D} = 0,8$ . Сравнить сечения по расходу материала.



1. Расставляем **сечения** на характерных участках. Начинаем расчет **от свободного конца бруса**, рассматривая правую часть и отбрасывая оставшуюся левую часть с заделкой. Каждое сечение рассматриваем **отдельно**, определяя в нем значение **крутящего момента**.



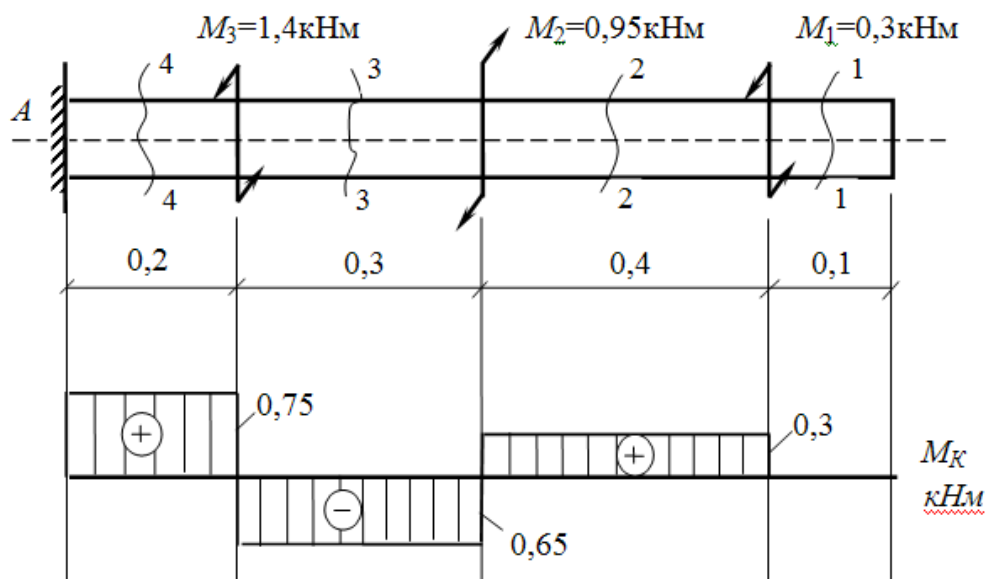
$$M_{K1} = 0,$$

$$M_{K2} = M_1 = 0,3 \text{ кНм},$$

$$M_{K3} = M_1 - M_2 = 0,3 - 0,95 = -0,65 \text{ кНм},$$

$$M_{K4} = M_1 - M_2 + M_3 = 0,3 - 0,95 + 1,4 = 0,75 \text{ кНм}.$$

Строим эпюру  $M_K$



2. Строим эпюру углов поворота сечений. Углы поворота сечений определяем по формуле

$$\varphi = M_K \ell / GJ_{\rho}$$

Расчет ведем по сечениям от неподвижного конца – стены  $A$ , в которой угол поворота равен нулю  $\varphi_A = 0$ . В формуле обязательно следует учитывать знаки крутящих моментов.

Модуль сдвига для Ст3  $G = 0,8 \cdot 10^5 \text{ МПа} = 0,8 \cdot 10^8 \text{ кПа}$ .

Определим полярный момент инерции для круглого сечения:

$$I_{\rho} = \frac{\pi d^4}{32} = 0,1 d^4 = 0,1 \cdot 5^4 = 62,5 \text{ см}^4 = 62,5 \cdot 10^{-8} \text{ м}^4$$

Вычисляем углы поворота сечений — от стены  $A$ .

$$\varphi_4 = \frac{M_{K4} \cdot 0,2}{G \cdot I_{\rho}} = \frac{0,75 \cdot 0,2}{0,8 \cdot 10^8 \cdot 62,5 \cdot 10^{-8}} = 0,003 \text{ рад.}$$

Если требуется перейти к градусной мере, то:

$$\varphi_4^{\circ} = 0,003 \frac{180^{\circ}}{\pi} = 0,172^{\circ}$$

Далее вычисляем все последующие углы поворота, учитывая ранее найденные:

$$\varphi_3 = \varphi_4 - \frac{M_{K3} \cdot 0,3}{G \cdot I_{\rho}} = 0,003 - \frac{0,65 \cdot 0,3}{0,8 \cdot 10^8 \cdot 62,5 \cdot 10^{-8}} = 0,003 - 0,0039 = -0,0009 \text{ рад}$$

$$\varphi_3^{\circ} = -0,0515^{\circ}$$

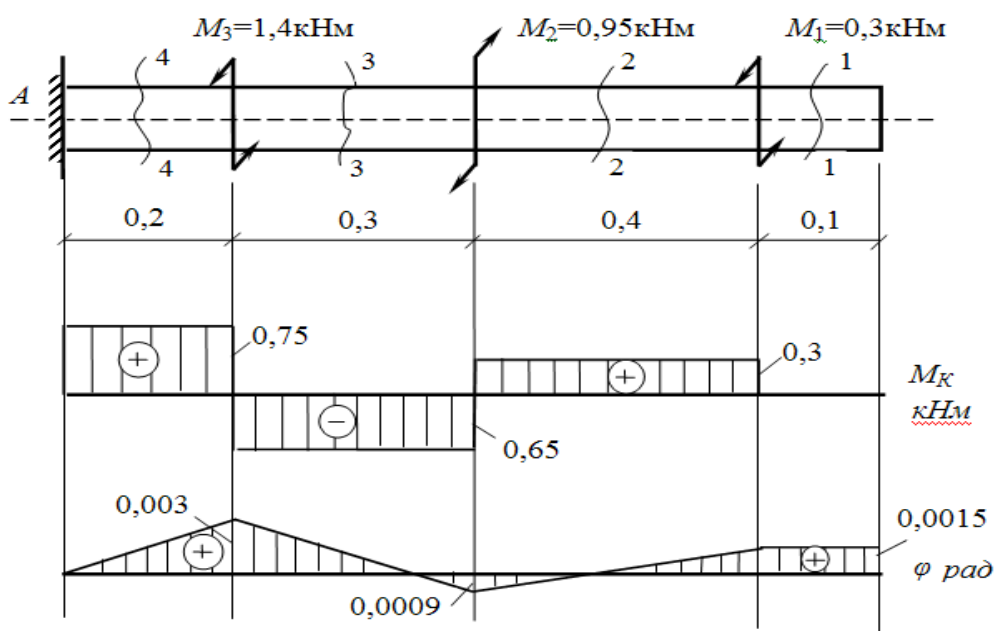
$$\varphi_2 = \varphi_3 + \frac{M_{K2} \cdot 0,4}{G \cdot I_{\rho}} = -0,0009 + \frac{0,3 \cdot 0,4}{0,8 \cdot 10^8 \cdot 62,5 \cdot 10^{-8}} =$$

$$= -0,0009 + 0,0024 = 0,0015 \text{ рад}$$

$$\varphi_2^{\circ} = 0,0859^{\circ}$$

$$\varphi_1 = \varphi_2 + \frac{M_{K1} \cdot 0,1}{G \cdot I_{\rho}} = 0,0015 + 0 = 0,0015 \text{ рад, или } \varphi_1^{\circ} = 0,0859^{\circ}$$

Строим эпюру  $\varphi$



$$\tau_{\max} = \frac{M_K}{W} \leq [\tau]$$

3. Проверим **прочность** бруса по формуле

**Максимальный крутящий момент** с эпюры  $M_K = 0,75 \text{ кНм}$ .

Определим **полярный момент сопротивления** сечения:

$$W_p = 0,2d^3 = 0,2 \cdot 5^3 = 25 \text{ см}^3 = 25 \cdot 10^{-6} \text{ м}^3$$

$$\tau_{\max} = \frac{0,75 \cdot 10^{-3}}{25 \cdot 10^{-6}} = 30 \text{ МПа} = [\tau] = 30 \text{ МПа}$$

Тогда **-прочность обеспечена**.

4. Подбираем **кольцевое** сечение для вала с  $\alpha = \frac{d}{D} = 0,8$ .

**Наружный диаметр кольца** определим по формуле проектного расчета для кольцевого сечения:

$$D \geq \sqrt[3]{\frac{M_{K \max}}{0,2(1-\alpha^4)[\tau]}} = \sqrt[3]{\frac{0,75 \cdot 10^{-3}}{0,2(1-0,8^4) \cdot 30}} = 5,96 \cdot 10^{-2} \text{ м} = 5,96 \text{ см} = 59,6 \text{ мм} \approx 60 \text{ мм}.$$

Тогда  $d = 0,8 \cdot 60 = 48 \text{ мм}$ .

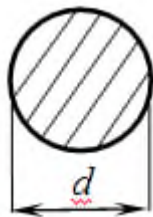
Проверим **прочность** выбранного сечения. Полярный момент сопротивления для **кольца**:

$$W_p = 0,2D^3(1-\alpha^4) = 0,2 \cdot 6^3(1-0,8^4) = 25,5 \text{ см}^3 = 25,5 \cdot 10^{-6} \text{ м}^3$$

$$\tau_{\max} = \frac{0,75 \cdot 10^{-3}}{25,5 \cdot 10^{-6}} = 29 \text{ МПа} < [\tau] = 30$$

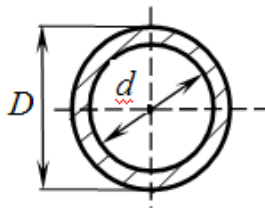
Тогда **- прочность обеспечена.**

5. Сравним варианты – круглое и кольцевое – **по расходу материала**



$$d = 5 \text{ см}$$

$$A = \frac{\pi d^2}{4} = \frac{3,14 \cdot 5^2}{4} = 19,6 \text{ см}^2$$



$$d = 4,8 \text{ см}, D = 6 \text{ см},$$

$$A = \frac{\pi D^2}{4} (1 - \alpha^2) = \frac{3,14 \cdot 6^2}{4} (1 - 0,8^2) = 10,17 \text{ см}^2$$

В задаче **площадь круглого вала**  $A = 19,6 \text{ см}^2$ , а у **кольцевого сечения (полого)**  $A = 10,7 \text{ см}^2$ , что позволяет говорить об **экономии**

материала почти в два раза. Т.о. брус (вал) кольцевого сечения экономичнее равнопрочного сплошного.

### Исходные данные для практического задания № 13.

Для заданного стального бруса (рисунок 1) требуется:

- а) построить эпюру крутящих моментов, касательных напряжений;
- б) определить углы поворота относительно неподвижного сечения и построить эпюру  $\varphi$ ;
- в) определить относительные углы закручивания в каждом сечении ( $\theta$ );
- г) проверить условие прочности и жёсткости.

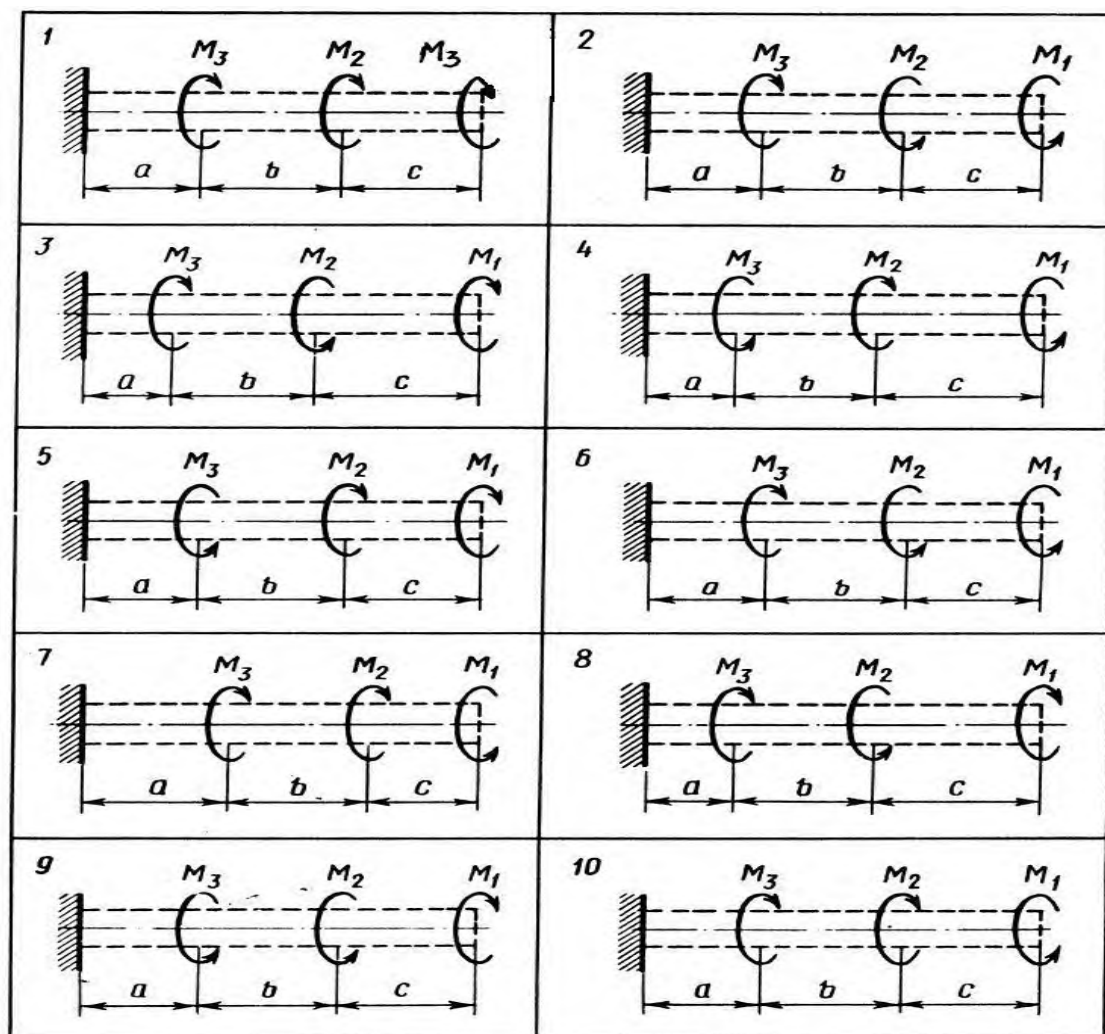
Исходные данные взять из таблицы 6, принять  $[\tau] = 25 \text{ МПа}$ ,  $[\theta] = 0,4 \frac{\text{град}}{\text{м}}$ ,  
 $d=60\text{мм}$ ;  $G = 8,2 \cdot 10^4 \text{ МПа}$ .

Таблица 1 – Исходные данные для задания № 13

Схема	Вариант	$M_1$	$M_2$	$M_3$	a	b	c
		$H \cdot \text{м}$			м		
1	1	200	150	100	0,15	0,20	0,30
1	2	190	156	110	0,16	0,21	0,31
2	3	180	170	120	0,17	0,22	0,32
2	4	170	180	130	0,18	0,23	0,33
3	5	200	150	600	0,20	0,30	0,20
3	6	210	160	610	0,21	0,31	0,21
4	7	220	170	620	0,22	0,32	0,22
4	8	230	180	630	0,23	0,33	0,23
5	9	400	100	200	0,30	0,25	0,30
5	10	410	110	210	0,31	0,26	0,31
6	11	420	120	220	0,32	0,27	0,32
6	12	430	140	230	0,33	0,28	0,33
7	13	100	300	150	0,40	0,10	0,15
7	14	110	310	160	0,41	0,11	0,16
8	15	120	320	170	0,42	0,12	0,17
8	16	130	330	180	0,43	0,14	0,18
9	17	200	100	700	0,15	0,20	0,10
10	18	210	110	710	0,16	0,21	0,11
9	19	220	120	720	0,17	0,22	0,12
10	20	230	130	730	0,18	0,23	0,13
1	21	250	110	700	0,16	0,20	0,10
12	22	150	300	170	0,45	0,14	0,18

8	23	180	320	160	0,43	0,15	0,13
9	24	220	150	120	0,15	0,22	0,31
10	25	290	160	140	0,15	0,25	0,34
3	26	160	270	180	0,19	0,32	0,35

Рисунок 1 – Схемы к заданию №13



### Пример решения задания № 13

#### Кручение

Дано:

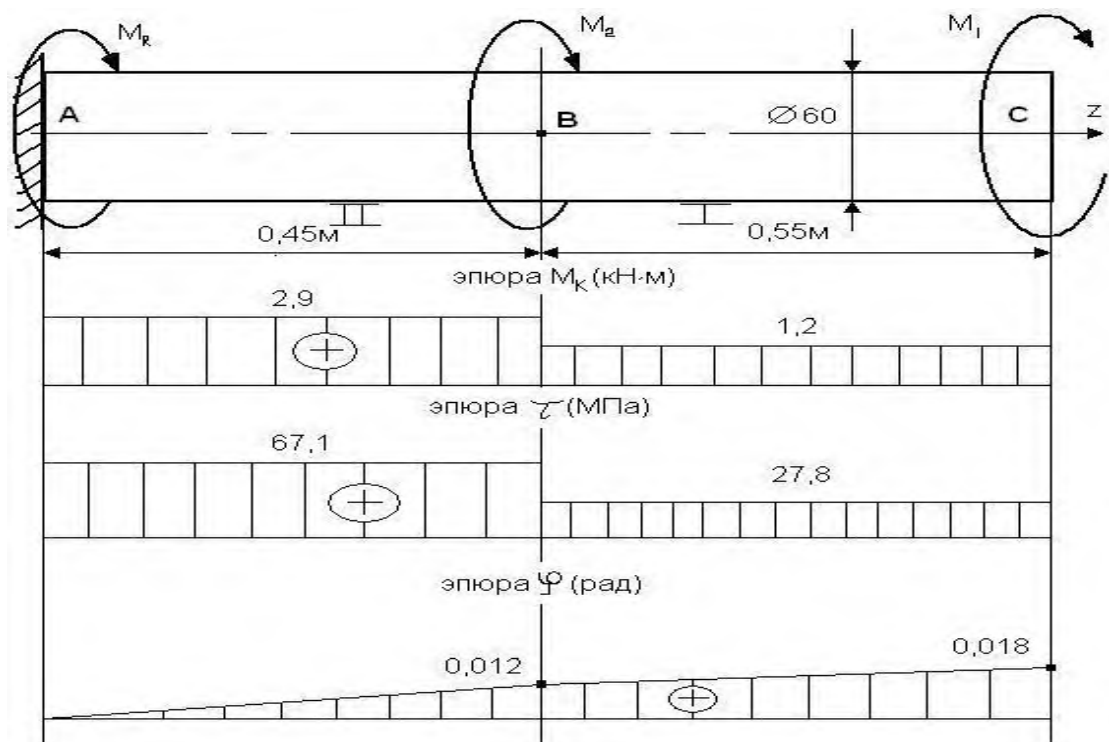
$$M_1 = 1.2 \text{ кН} \cdot \text{м}$$

$$M_2 = 1.7 \text{ кН} \cdot \text{м}$$

$$G = 8.2 \cdot 10^4 \text{ МПа}$$

$$[\tau] = 40 \text{ МПа}$$

$$[\theta] = 0.6 \frac{\text{рад}}{\text{м}}$$



Решение:

1. Определяем момент в заделке:

$$\sum M_z = 0$$

$$M_R + M_2 + M_1 = 0$$

$$M_R = -M_2 - M_1 = -1.7 - 1.2 = -2.9 \text{ кН} \cdot \text{м}$$

2. Разбиваем вал на участки, начиная со свободного конца. Определяем крутящие моменты в сечениях:

$$M_{K1} = M_1 = 1.2 \text{ кН} \cdot \text{м}$$

$$M_{K2} = M_1 + M_2 = 1.2 + 1.7 = 2.9 \text{ кН} \cdot \text{м}$$

Строим эпюру  $M_K$ , придерживаясь масштаба

3. Определяем касательные напряжения в сечениях:

$$\tau = \frac{M_K}{W_p}$$

$$W_p = 0.2 \cdot d^3 = 0.2 \cdot 60^3 = 43200 \text{ мм}^3$$

$$\tau_1 = \frac{M_{K1}}{W_p} = \frac{1.2 \cdot 10^3 \cdot 10^3}{43200} = 27.8 \text{ МПа}$$

$$\tau_2 = \frac{M_{K2}}{W_p} = \frac{2.9 \cdot 10^3 \cdot 10^3}{43200} = 67.1 \text{ МПа}$$

$$\tau_{\max} = 67.1 \text{ МПа} > [\tau] \text{ - условие прочности не выполняется}$$

Строим эпюру  $\tau$ , придерживаясь масштаба

4. Определяем углы поворота сечений относительно т. А:

$$\varphi_A = 0$$

$$\varphi_{B-A} = \frac{M_{K2} \cdot 0.45}{G \cdot J_p}$$

$$J_p = 0.1 \cdot d^4 = 0.1 \cdot 60^4 = 1.296 \cdot 10^6 \text{ мм}^4$$

$$\varphi_{B-A} = \frac{2.9 \cdot 10^3 \cdot 0.45}{8.2 \cdot 10^4 \cdot 10^6 \cdot 1.296 \cdot 10^6 \cdot 10^{-12}} = 0.012 \text{ рад}$$

$$\varphi_{C-A} = \varphi_{B-A} + \varphi_{C-B} = \varphi_{B-A} + \frac{M_{K1} \cdot 0.55}{G \cdot J_p}$$

$$\varphi_{C-A} = 0.012 + \frac{1.2 \cdot 10^3 \cdot 0.55}{8.2 \cdot 10^4 \cdot 10^6 \cdot 1.296 \cdot 10^6 \cdot 10^{-12}} = 0.018 \text{ рад}$$

Строим эпюру  $\varphi$ , придерживаясь масштаба

5. Определяем относительный угол закручивания в каждом сечении:

$$\theta_1 = \frac{M_{K1}}{G \cdot J_p} \cdot \frac{180^\circ}{\pi} = \frac{1.2 \cdot 10^3}{8.2 \cdot 10^4 \cdot 10^6 \cdot 1.296 \cdot 10^6 \cdot 10^{-12}} \cdot \frac{180^\circ}{\pi} = 0.65 \frac{\text{град}}{\text{м}}$$

$$\theta_2 = \frac{M_{K2}}{G \cdot J_p} \cdot \frac{180^\circ}{\pi} = \frac{2.9 \cdot 10^3}{8.2 \cdot 10^4 \cdot 10^6 \cdot 1.296 \cdot 10^6 \cdot 10^{-12}} \cdot \frac{180^\circ}{\pi} = 1.56 \frac{\text{град}}{\text{м}}$$

$\theta_{1,2} > [\theta]$  - жёсткость вала не обеспечена.

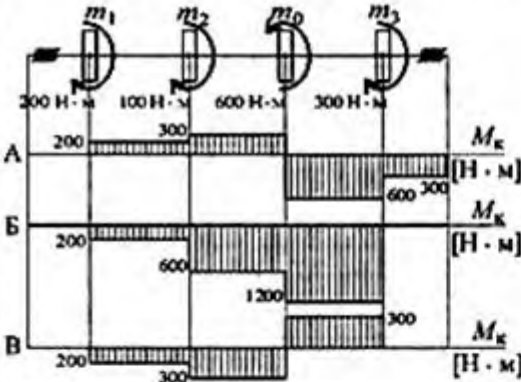
### Источники информации:

1. Олофинская В.П. Техническая механика. Курс лекций с примерами практических и тестовых заданий. М.: Форум, 2017г.

2. Эрдеди А.А. «Теоретическая механика»

Выполнить тест. Ответы дать в виде таблицы

Задание	1	2	3	4	5
Вариант ответа					

В о п р о с ы		О т в е т ы	К о д
<p>1. Выбрать эпюру, соответствующую заданию.</p> 		А	1
		Б	2
		В	3
		Верный ответ не приведен	4
<p>2. В каком порядке рациональнее расположить шкивы, чтобы получить минимальную нагрузку на вал? (См. схему к вопросу 1.)</p>		$m_2; m_1; m_3; m_0$	1
		$m_1; m_2; m_3; m_0$	2
		$m_2; m_1; m_0; m_3$	3
		$m_3; m_1; m_0; m_2$	4
<p>3. Указать размерность величины в знаменателе</p> $\tau_{\max} = \frac{M_x}{W_p}$		МПа	1
		мм <sup>2</sup>	2
		мм <sup>3</sup>	3
		Н·м	4
<p>4. Определить диаметр бруса из условия прочности, если максимальный крутящий момент 1300 Н·м, допускаемое напряжение материала <math>[\tau] = 50</math> МПа.</p>		48 мм	1
		51 мм	2
		5,1 мм	3
		72 мм	4
<p>5. Как изменится угол закручивания вала, если крутящий момент увеличится в 2 раза, а диаметр увеличится в 4 раза?</p>		Увеличится в 4 раза	1
		Увеличится в 256 раз	2
		Уменьшится в 256 раз	3
		Уменьшится в 128 раз	4

## Практическое занятие №14

### Расчеты на прочность при изгибе. Построение эпюр поперечных сил и изгибающих моментов (без равномерно-распределенной нагрузки)

**Цель занятия:** Научиться построению эпюр изгибающих моментов и поперечных сил и производить расчеты на прочность при изгибе.

**Порядок выполнения задания:**

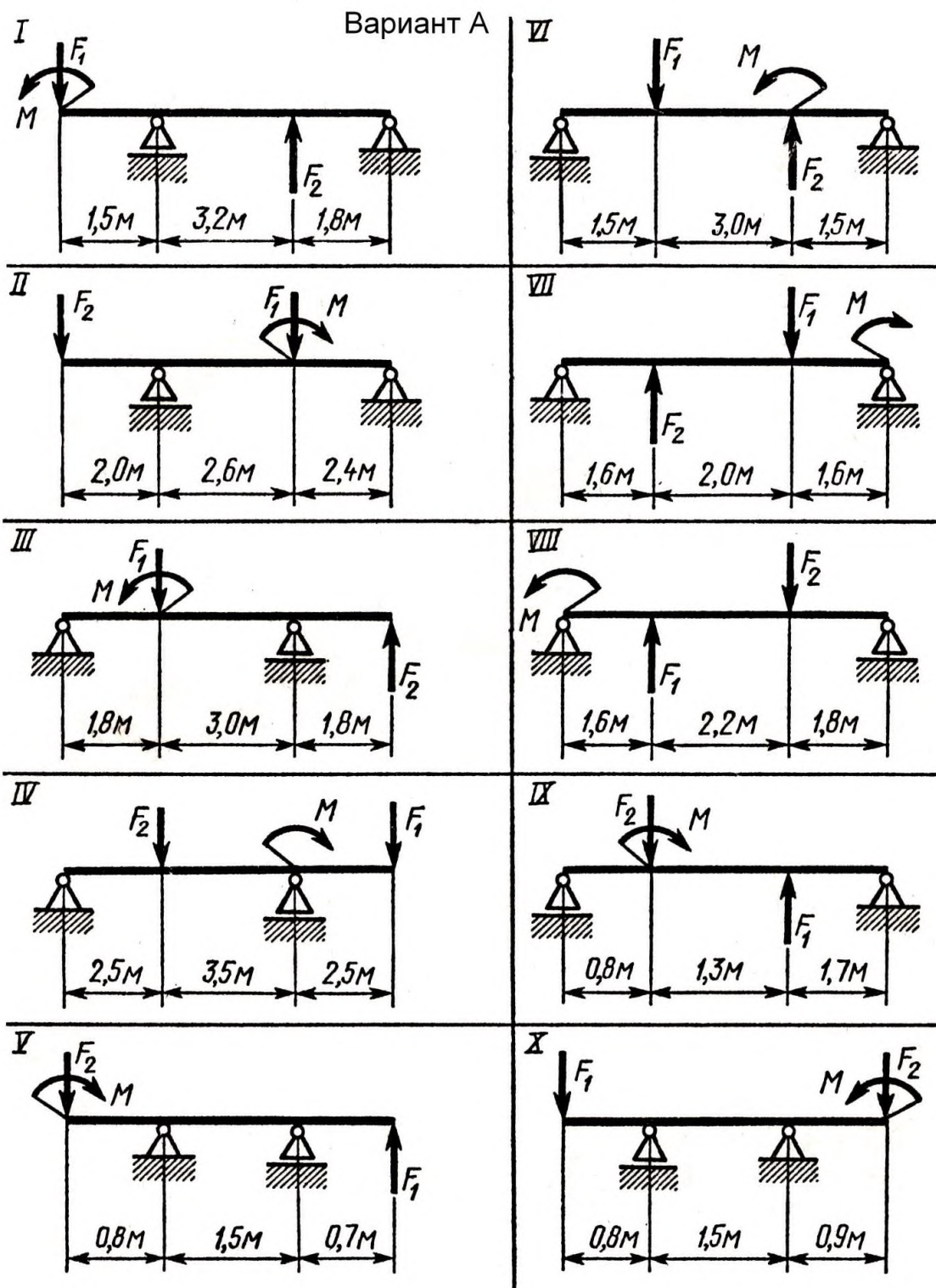
1. Изобразить расчетную схему.
2. Заменить действие опор на балку силами реакций.
3. Составить уравнение равновесия для плоской системы параллельных сил:  $\sum M_A = 0$ ;  $\sum M_B = 0$ .
4. Найти из уравнений равновесия неизвестные силы реакций (с проверкой  $\sum F_{iy} = 0$ )
5. Определить поперечную силу в каждом из характерных сечений, как сумму внешних сил, приложенных по одну сторону от сечения.
6. Построить эпюру поперечных сил.
7. Определить величину изгибающего момента для каждого характерного сечения, как сумму моментов внешних сил, приложенных по одну сторону от сечения, относительно центра тяжести этого сечения.
8. Построить эпюру изгибающих моментов.
9. Выбрать наиболее нагруженное сечение, где  $M_u = \max$  (по модулю)
10. Записать уравнение условия прочности при изгибе:  $\sigma = \frac{M_{u \max}}{W_x} \leq [\sigma]$
11. Найти требуемую величину осевого сопротивления сечения:  $W_x \geq \frac{M_{u(\max)}}{[\sigma]}$
12. Определить размеры наиболее нагруженного поперечного сечения оси.

$$W_x^{\Pi} \geq \frac{b \cdot h^2}{6}, \quad W_x^O \geq \frac{\pi \cdot d^3}{32} \approx 0,1d^3, \quad W_x^{\Delta 6}, \quad W_x^{иис} \text{ из сортамента на металлопрокат}$$

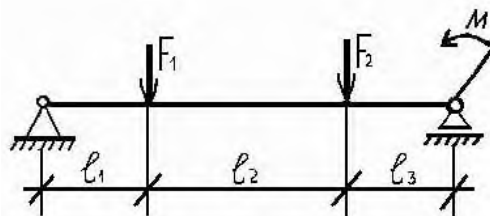
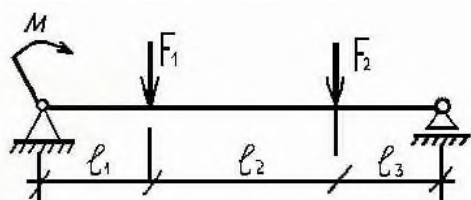
**Вывод:** Сделать вывод о рациональности выбранного сечения

### Задание

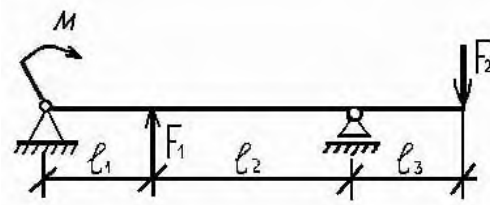
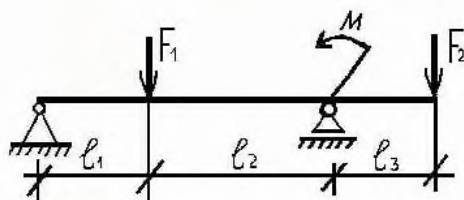
Для заданной расчетной схемы оси определить реакции опор, построить эпюры поперечных сил и изгибающих моментов, подобрать диаметр оси из условия прочности при изгибе. Номер варианта принять согласно номеру студента в списке по журналу. Для расчетов принять: материал оси — сталь 40, допускаемое напряжение на изгиб  $[\sigma_{и}] = 100 \text{ МПа}$ .



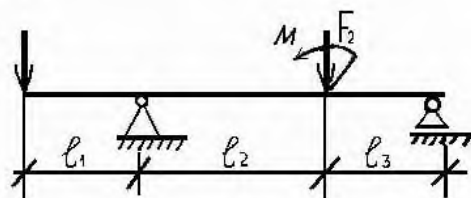
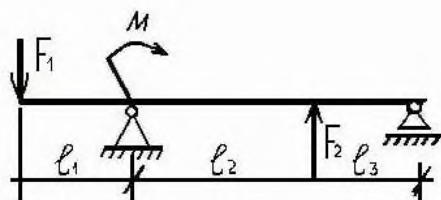
$$F_1=10\text{KH}, F_2=15\text{KH}, M=5\text{KH}\cdot\text{m}$$



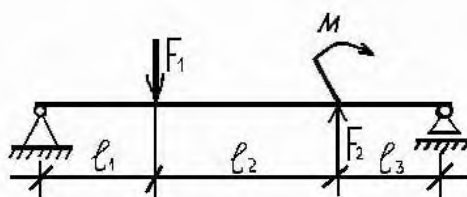
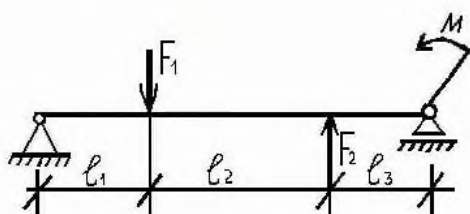
**11,12  
вариант**



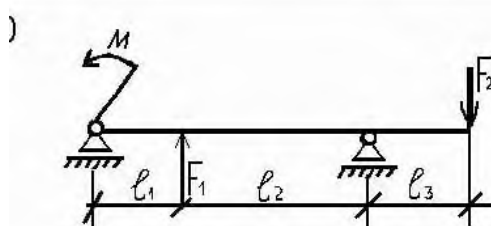
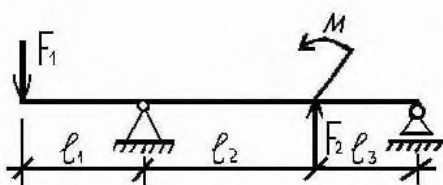
**13,14  
вариант**



**15,16  
вариант**

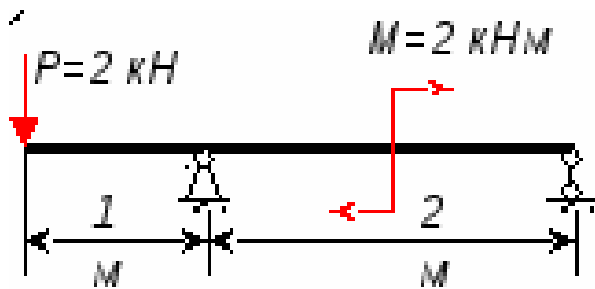


**17,18  
Вариант**

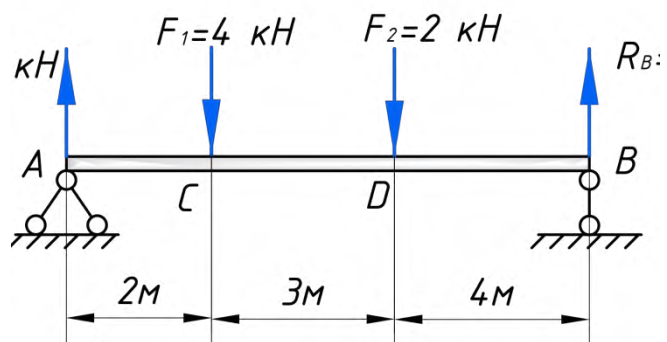


**19,20  
вариант**

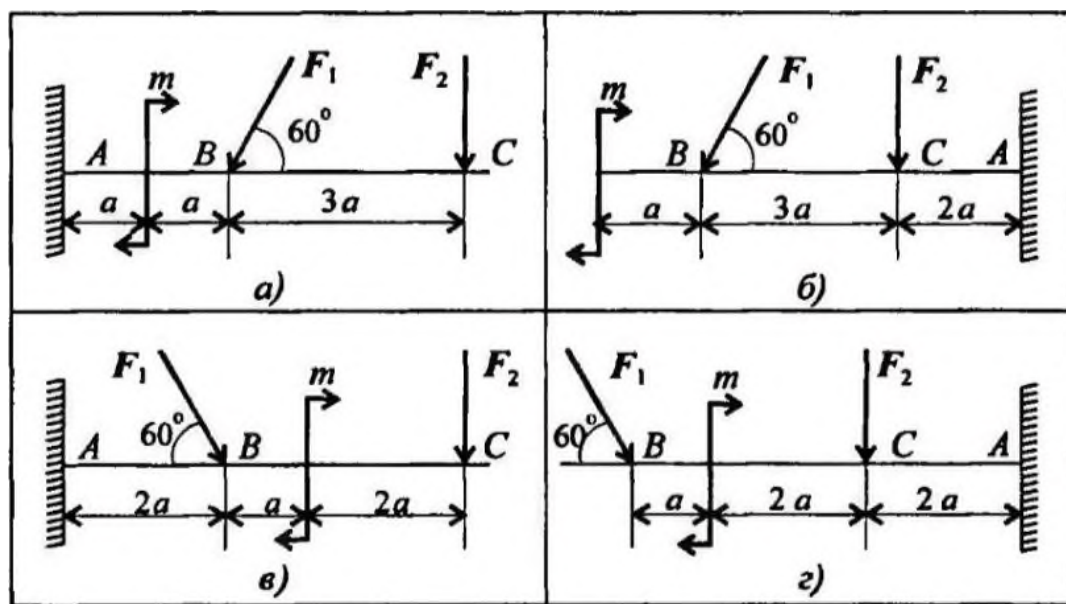
$F_1=12\text{KH}$ ,  $F_2=10\text{KH}$ ,  $M=15\text{KH}\cdot\text{м}$   
 $L_1=1\text{м}$ ,  $L_2=2\text{м}$ ,  $L_3=1\text{м}$ ,



21 вариант



22 вариант



23, 24 вариант

25, 26 вариант

$F_1=15\text{кН}$ ,  $F_2=20\text{кН}$ ,  $M=10\text{кН}\cdot\text{м}$ ,  $a=2\text{м}$

### Пример расчета

Для однопролетной балки, изображенной на рис. 1, а, построим эпюры  $Q_y$  и  $M_z$ .

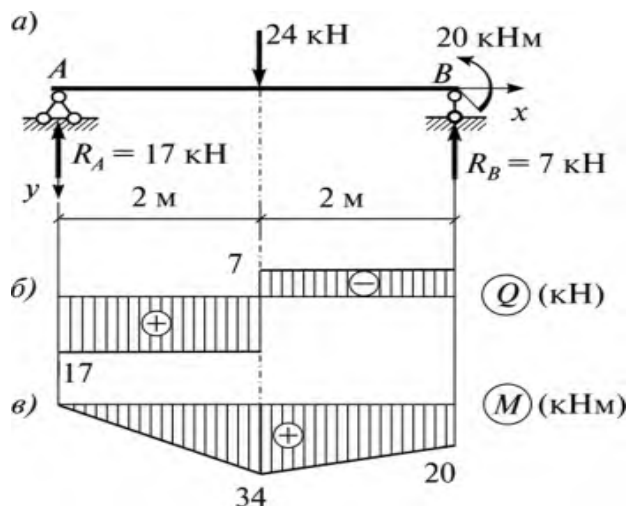


Рис. 1

Расчет шарнирно опертых балок надо начинать с определения опорных реакций:

$$\begin{aligned}\sum M_A &= 0, & -24 \cdot 2 + 20 + 4R_B &= 0, & R_B &= 7 \text{ кН}; \\ \sum M_B &= 0, & 24 \cdot 2 + 20 - 4R_A &= 0, & R_A &= 17 \text{ кН}; \\ \sum Y &= 0 \text{ (проверка)}, & 24 - 17 - 7 &= 0.\end{aligned}$$

Вычислим значения  $Q_y$  и  $M_z$  в характерных сечениях балки:

$$\begin{aligned}x &= 0, & Q_y &= R_A = 17 \text{ кН}, & M_z &= 0; \\ x &= 2 \text{ м (слева)}, & Q_y &= R_A = 17 \text{ кН}, & M_z &= 17 \cdot 2 = 34 \text{ кНм} \\ & & & & & \text{(растянуты нижние волокна);} \\ x &= 2 \text{ м (справа)}, & Q_y &= 17 - 24 = -7 \text{ кН}, & M_z &= 34 \text{ кНм}; \\ x &= 4 \text{ м}, & Q_y &= R_B = -7 \text{ кН}, & M_z &= 20 \text{ кНм}.\end{aligned}$$

Эпюры  $Q$  и  $M_z$  приведены на рис. 1, б, в.

Определяем  $W_x$  из условия прочности:

$$W_x \geq \frac{M_{u(\max)}}{[\sigma]}$$

$$M_{u(\max)} = 34 \text{ кН} \cdot \text{м}$$

$$W_x = \frac{34 \cdot 10^3}{100 \cdot 10^6} = 0.34 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3 = 340 \text{ см}^3$$

$$W_x^o \geq \frac{\pi \cdot d^3}{32};$$

$$d = \sqrt[3]{\frac{32 \cdot W_x}{\pi}} = \sqrt[3]{\frac{32 \cdot 340}{\pi}} = 15,13 \text{ см} = 151,3 \text{ мм}$$

Принимаем  $d = 155 \text{ мм}$

### Источники информации:

<https://yandex.ru/video/preview/?filmId=18072312436517813757&from=tabbar&parent-reqid=1607142963041229-1588763675047396302626433-production-app-host-sas-web-yp-64&text=построение+эпюр+онлайн+с+решением>

## Практическое занятие №14

### Расчеты на прочность при изгибе. Построение эпюр поперечных сил и изгибающих моментов (с равномерно-распределенной нагрузкой)

**Цель занятия:** Научиться построению эпюр изгибающих моментов и поперечных сил и производить расчеты на прочность при изгибе.

#### Порядок выполнения задания:

1. Изобразить расчетную схему.
2. Заменить действие опор на балку силами реакций.
3. Составить уравнение равновесия для плоской системы параллельных сил:  $\sum M_A = 0$ ;  $\sum M_B = 0$ .
4. Найти из уравнений равновесия неизвестные силы реакций (с проверкой  $\sum F_{iy} = 0$ )
5. Определить поперечную силу в каждом из характерных сечений, как сумму внешних сил, приложенных по одну сторону от сечения.
6. Построить эпюру поперечных сил.
7. Определить величину изгибающего момента для каждого характерного сечения, как сумму моментов внешних сил, приложенных по одну сторону от сечения, относительно центра тяжести этого сечения.
8. Построить эпюру изгибающих моментов.
9. Выбрать наиболее нагруженное сечение, где  $M_u = \max$  (по модулю)
10. Записать уравнение условия прочности при изгибе:  $\sigma = \frac{M_{u \max}}{W_x} \leq [\sigma]$
11. Найти требуемую величину осевого сопротивления сечения:  $W_x \geq \frac{M_{u(\max)}}{[\sigma]}$
12. Определить размеры наиболее нагруженного поперечного сечения оси.

$$W_x^{\square} \geq \frac{b \cdot h^2}{6}, \quad W_x^{\circ} \geq \frac{\pi \cdot d^3}{32} \approx 0,1d^3, \quad W_x^{\Delta 6}, \quad W_x^{\text{шг}} \text{ из сортамента на металлопрокат}$$


**Вывод:** Сделать вывод о рациональности выбранного сечения

#### Задание

Для заданного стального бруса (рисунок 1) требуется:

- а) определить поперечные силы и изгибающие моменты;
- б) построить эпюры  $Q$  и  $M_{из}$ ;

в) из условия прочности подобрать два вида сечений: прямоугольное ,

если  $\frac{h}{\delta} = \frac{3}{2}$ ; и состоящее из двух швеллеров ;

г) сделать вывод о рациональности выбранных сечений. Принять  $[\sigma] = 150$  МПа.

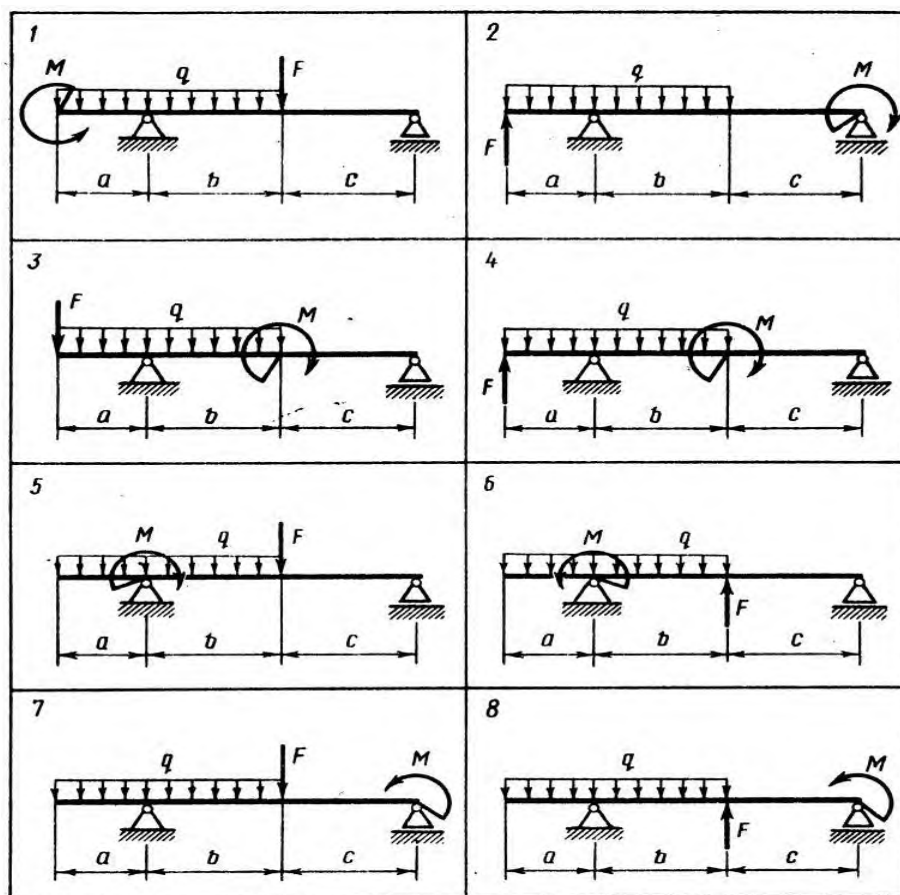
Исходные данные принять из таблицы 1.

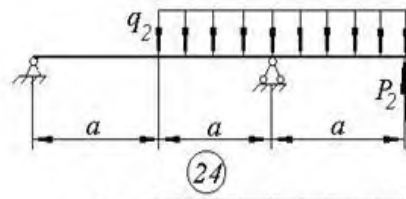
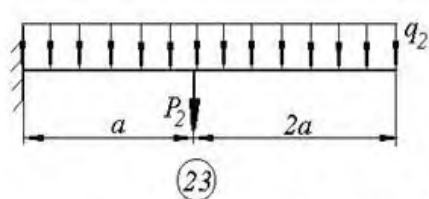
Таблица 1 – Исходные данные

Схема	Вариант	М <i>кН · м</i>	F кН	q $\frac{кН}{м}$	a	b	c
					м		
1	1	15	100	40	0,5	1,5	1,5
2	2	16	110	41	0,6	1,6	1,7
3	3	17	105	42	0,7	1,7	1,8
4	4	18	95	43	0,8	1,8	1,9
5	5	19	100	44	0,9	1,9	2
6	6	20	95	45	1	2	2,1
7	7	21	90	46	1	2,1	2,2
8	8	22	85	47	0,9	2,2	2,3
9	9	23	90	48	0,8	2,3	2,4
10	10	24	95	49	0,7	2,4	2,5
11	11	25	10	50	0,6	2,5	2,6
12	12	26	105	50	0,5	2,6	2,7
13	13	26	100	49	0,5	2,5	2,6
14	14	25	95	48	0,6	2,5	2,5
15	15	24	90	47	0,5	2,4	2,3
16	16	23	85	46	0,6	2,3	2,2
17	17	22	80	45	0,7	2,2	2,1
18	18	21	75	44	0,8	2,1	2
19	19	20	70	43	0,9	2	1,9
20	20	19	65	42	1	1	1,8
21	21	25	13	52	0,65	2,8	2,5
22	22	35	13	54	0,55	2,5	2,5

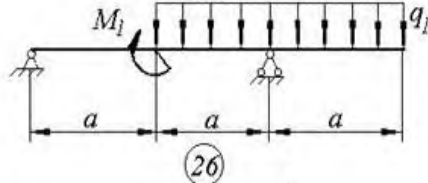
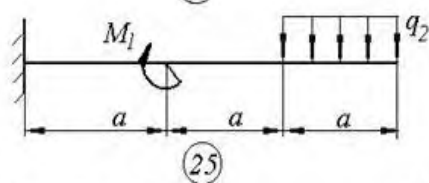
23	23	15	100	42	0,55	2,7	2,2
24	24	25	14	47	0,65	2,3	2,3
25	25	17	24	43	0,55	2,7	2,1
26	26	25	41	41	0,95	2,3	1,8

Рисунок 1 – Схемы к практическому заданию №14

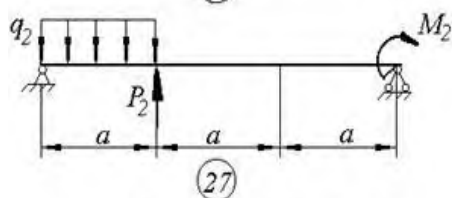




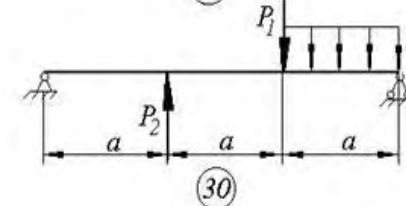
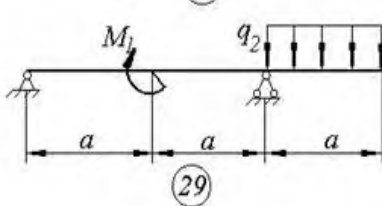
Вариант 9,10



Вариант 11,12

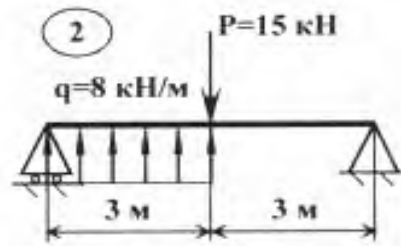
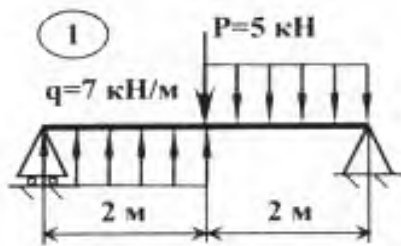


Вариант 13,14

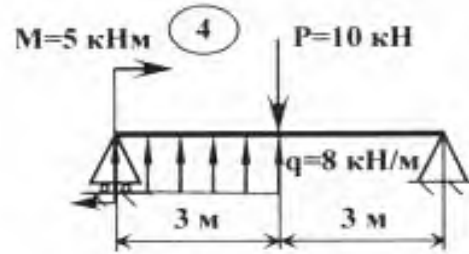
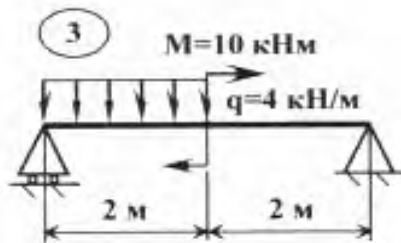


Вариант 15,16

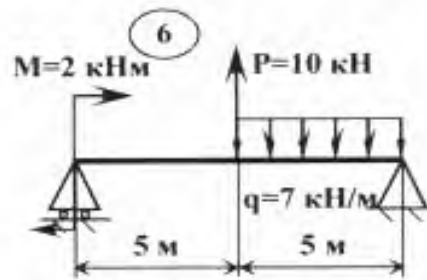
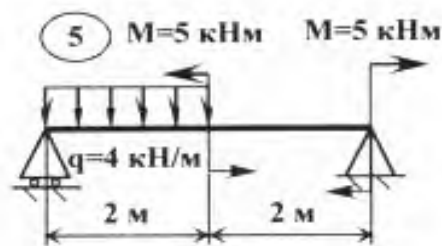
$M_1=15\text{кН}\cdot\text{м}$ ,  $M_2=10\text{кН}\cdot\text{м}$ ,  $F_1=12\text{кН}$ ,  $F_2=24\text{кН}$ ,  $q_1=5\text{кН/м}$ ,  $q_2=10\text{кН/м}$ ,  $a=2\text{м}$



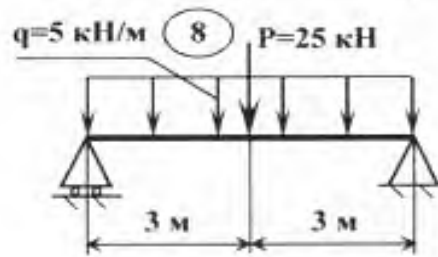
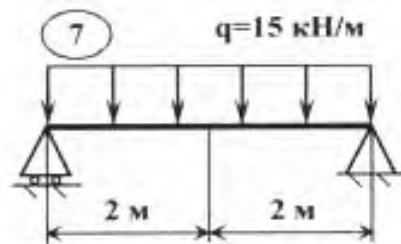
Вариант  
17,18



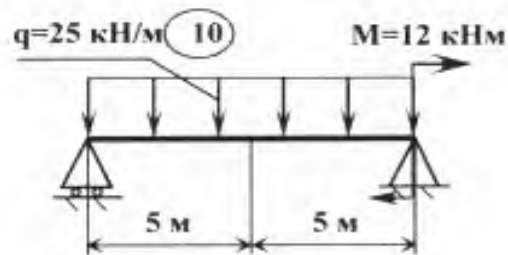
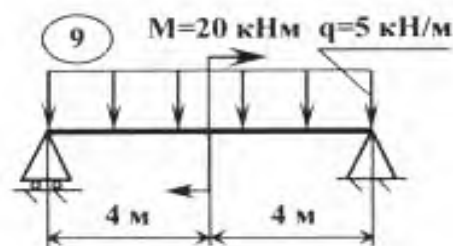
Вариант  
19,20



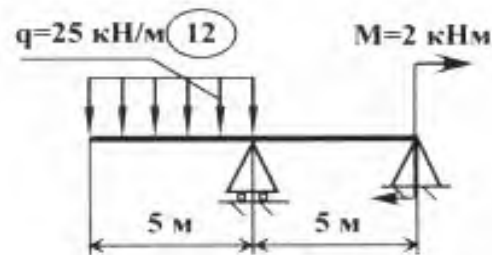
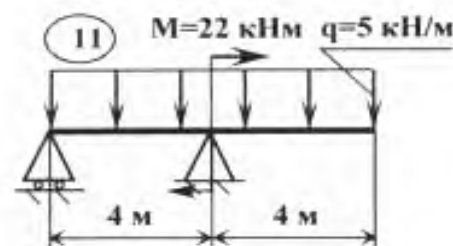
Вариант  
21,22



Вариант  
23,24



Вариант  
25,26



Вариант  
27,28

## Пример расчета

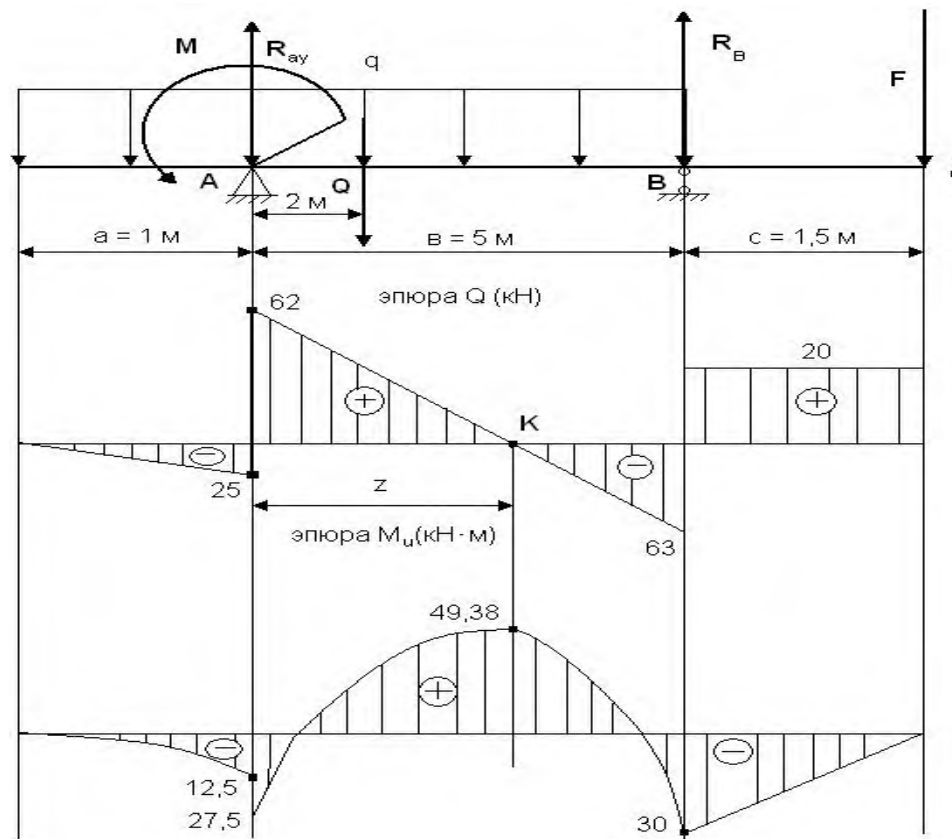
Дано:

$$q = 25 \frac{\text{кН}}{\text{м}}$$

$$Q = q \cdot 6 = 25 \cdot 6 = 150 \text{ кН}$$

$$M = 15 \text{ кН} \cdot \text{м}$$

$$F = 20 \text{ кН}$$



Решение:

1. Определяем опорные реакции балки:

$$\begin{cases} \sum F_{ix} = 0 \\ \sum M_A = 0 \\ \sum M_B = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} R_{AX} = 0 \\ Q \cdot 2 - M - R_B \cdot 5 + F \cdot 6.5 = 0 \\ R_{AY} \cdot 5 - M - Q \cdot 3 + F \cdot 1.5 = 0 \end{cases}$$

$$R_B = \frac{Q \cdot 2 - M + F \cdot 5.5}{5} = \frac{150 \cdot 2 - 15 + 20 \cdot 6.5}{5} = 83 \text{ кН}$$

$$R_{AY} = \frac{M + Q \cdot 3 - F \cdot 1.5}{5} = \frac{15 + 150 \cdot 3 - 20 \cdot 1.5}{5} = 87 \text{ кН}$$

Проверка:  $\sum F_{iy} = 0$

$$R_{AY} - Q + R_B - F = 87 - 150 + 83 - 20 = 0$$

2. Определяем поперечные силы  $Q$  в сечениях:

$$Q_C = 0$$

$$Q_A^{cl} = -q \cdot 1 = -25 \cdot 1 = -25 \text{ кН}$$

$$Q_A^{cnp} = Q_A^{cl} + R_{AY} = -25 + 87 = 62 \text{ кН}$$

$$Q_B^{cl} = Q_A^{cnp} - q \cdot 5 = 62 - 25 \cdot 5 = -63 \text{ кН}$$

$$Q_B^{cnp} = Q_B^{cl} + R_B = -63 + 83 = 20 \text{ кН}$$

$$Q_D^{cl} = Q_B^{cnp} = 20 \text{ кН}$$

$$Q_D^{cnp} = Q_D^{cl} - F = 20 - 20 = 0$$

Строим эпюру  $Q$ , придерживаясь масштаба

$$3. Z = \frac{Q_A^{cnp}}{q} = \frac{62}{25} = 2.48 \text{ м}$$

4. Определяем изгибающие моменты в сечениях:

$$M_C = 0$$

$$M_D = 0$$

$$M_A^{cl} = -q \cdot \frac{1^2}{2} = -25 \cdot \frac{1^2}{2} = -12.5 \text{ кН} \cdot \text{м}$$

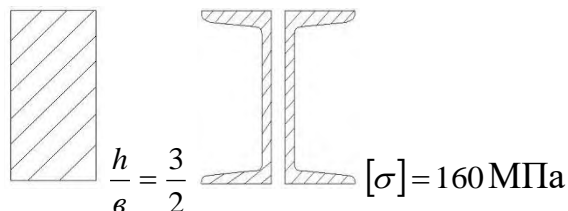
$$M_A^{cnp} = M_A^{cl} - M = -12.5 - 15 = -27.5 \text{ кН} \cdot \text{м}$$

$$M_K = R_{AY} \cdot 2.48 - M - q \cdot \frac{3.48^2}{2} = 87 \cdot 2.48 - 15 - 25 \cdot \frac{3.48^2}{2} = 49.38 \text{ кН} \cdot \text{м}$$

$$M_B = R_{AY} \cdot 5 - M - Q \cdot 3 = 87 \cdot 5 - 15 - 150 \cdot 3 = -30 \text{ кН} \cdot \text{м}$$

Строим эпюру  $M_u$ , придерживаясь масштаба

6. Даны два сечения:



Определяем  $W_x$  из условия прочности:

$$W_x \geq \frac{M_{u(\max)}}{[\sigma]}$$

$$M_{u(\max)} = 49.38 \kappa H \cdot M$$

$$W_x = \frac{49.38 \cdot 10^3}{160 \cdot 10^6} = 0.309 \cdot 10^{-3} \text{ м}^3 = 309 \text{ см}^3$$

$$W_x^{\square} \geq \frac{e \cdot h^2}{6}; \quad h = \frac{3 \cdot e}{2}$$

$$W_x^{\square} \geq \frac{e \cdot 9 \cdot e^2}{6 \cdot 4} = \frac{3 \cdot e^3}{8}$$

$$e = \sqrt[3]{\frac{8 \cdot W_x}{3}} = \sqrt[3]{\frac{8 \cdot 309}{3}} = 9.4 \text{ см}$$

$$h = \frac{3 \cdot 9.4}{2} = 14.1 \text{ см}$$

$$A_{\square} = e \cdot h = 9.4 \cdot 14.1 = 132.54 \text{ см}^2$$

$$W_x^{\Gamma} = \frac{W_x}{2} = \frac{309}{2} = 154.5 \text{ см}^3$$

Принимаем швеллер № 20а:

$$W_x = 167 \text{ см}^3; \quad A_{\Gamma} = 25.2 \text{ см}^2$$

$$A_{\square} = 25.2 \cdot 2 = 50.4 \text{ см}^2$$

$$\frac{A_{\square}}{A_{\Gamma}} = \frac{132.54}{50.4} = 2.63$$

Вывод: сечение, выполненное из двух швеллеров № 20а, рациональнее балки прямоугольного сечения в 2.63 раза.

### Источники информации:

1. Олофинская В.П. Техническая механика. Курс лекций с примерами практических и тестовых заданий. М.: Форум, 2017г.

<https://www.youtube.com/watch?v=XodOXe8C4fs>

## Практическое занятие №15

### Расчет бруса круглого поперечного сечения при сочетании основных деформаций

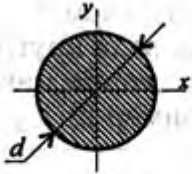
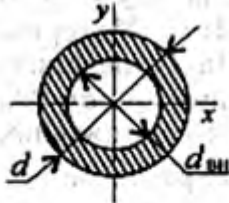
**Цель работы:** Уметь рассчитать брус круглого поперечного сечения на прочность при сочетании основных деформаций.

#### Порядок расчета:

1. Определить суммарный изгибающий момент в сечении.
2. Определить эквивалентный момент в сечении.
3. Определить потребный момент сопротивления с сечения.
4. Проверяем условие прочности и делаем вывод

#### Основные положения и расчетные формулы

Геометрические характеристики круга и кольца

Круг (рис. П10.1)	Кольцо (рис. П10.2)
$J_p = \frac{\pi d^4}{32} \approx 0,1d^4.$	$J_p = \frac{\pi d^4}{32}(1 - c^4); \quad c = \frac{d_{\text{вн}}}{d}.$
	
Рис. П10.1	Рис. П10.2
$J_x = J_y = \frac{\pi d^4}{64}.$	
$J_x = J_y = \frac{\pi d^4}{64}(1 - c^4).$	
Моменты сопротивления:	
круг: $W_x = W_y = \frac{\pi d^3}{32} \approx 0,1d^3;$	
кольцо: $W_x = W_y = \frac{\pi d^3}{32}(1 - c^4) \approx 0,1d^3(1 - c^4);$	
Площади сечений:	
круг: $A = \frac{\pi d^2}{4};$ кольцо: $A = \frac{\pi}{4}(d^2 - d_{\text{вн}}^2).$	

Условие прочности при совместном действии изгиба и кручения:

$$\sigma_{\text{экв}} = \frac{M_{\text{экв}}}{W_x} \leq [\sigma].$$

Эквивалентные моменты:

— при расчете по гипотезе максимальных касательных напряжений:

$$M_{\text{экв III}} = \sqrt{M_y^2 + M_z^2};$$

— при расчете по энергетической гипотезе формоизменения:

$$M_{\text{экв V}} = \sqrt{M_y^2 + 0,75M_z^2}.$$

### Пример 1

В опасном поперечном сечении круглого бруса возникают внутренние силовые факторы (рис. 1)  $M_x, M_y, M_z$ .

$M_x, M_y$  — изгибающие моменты в плоскостях  $yOz, zOx$  соответственно;

$M_z$  — крутящий момент. Проверить прочность по гипотезе наибольших касательных напряжений, если  $[\sigma] = 120 \text{ МПа}$

Исходные данные:

$M_x = 0,9 \text{ кН} \cdot \text{м}, M_y = 0,8 \text{ кН} \cdot \text{м}, M_z = 2,2 \text{ кН} \cdot \text{м}, d = 60 \text{ мм}$

Решение:

Строим эпюры нормальных напряжений от действия изгибающих моментов относительно осей  $Ox$  и  $Oy$  и эпюру касательных напряжений от кручения (рис. 2).

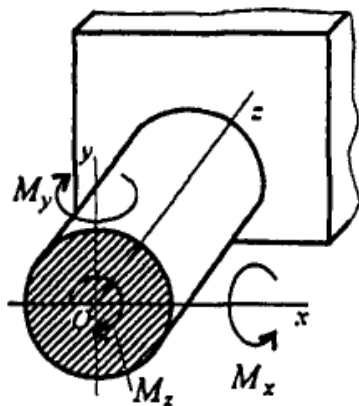


Рис.1

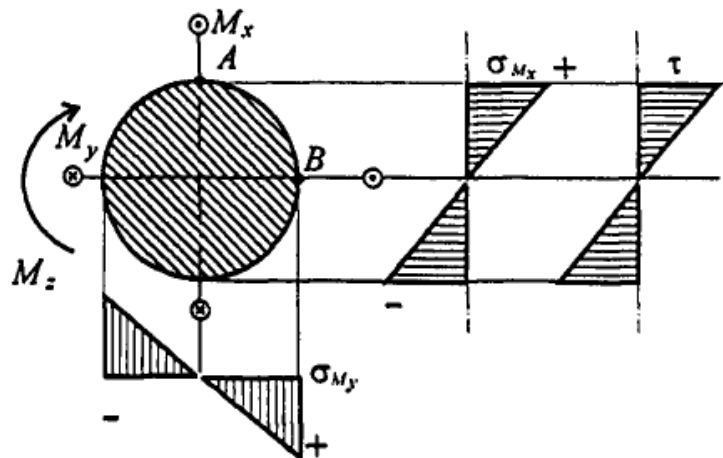


Рис.2

Максимальное касательное напряжение возникает на поверхности.

Максимальные нормальные напряжения от момента  $M_x$  возникают в точке А, максимальные нормальные напряжения от момента  $M_y$  в точке В.

Нормальные напряжения складываются, потому что изгибающие моменты во взаимно перпендикулярных плоскостях геометрически суммируются.

Суммарный изгибающий момент:

$$M_{\text{и}} = \sqrt{M_x^2 + M_y^2};$$

$$M_{\text{и}} = \sqrt{0,9^2 + 0,8^2} = 1,2 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

Рассчитываем эквивалентный момент по теории максимальных касательных напряжений:

$$M_{\text{экв III}} = \sqrt{M_{\text{и}}^2 + M_k^2} = \sqrt{1,2^2 + 2,2^2} = 2,5 \text{ кН} \cdot \text{м}.$$

Условие прочности:

$$\sigma_{\text{экв}} = \frac{M_{\text{экв}}}{W_{\text{осевое}}} \leq [\sigma]; \quad W_{\text{оссвос}} = W_x = W_y.$$

Момент сопротивления сечения:

$$W_{\text{осевое}} = 0,1 \cdot 60^3 = 21\,600 \text{ мм}^3.$$

Проверяем прочность:

$$\sigma_{\text{экв}} = \frac{2,5 \cdot 10^3 \cdot 10^3}{21\,600} = 115,7 \text{ МПа} < 120 \text{ МПа}.$$

Прочность обеспечена.

### Задание

В опасном поперечном сечении круглого бруса возникают внутренние силовые факторы  $M_x, M_y, M_z$ .

Проверить прочность по гипотезе наибольших касательных напряжений, если дано  $[\sigma]$ .

Исходные данные для практического занятия №15

№варианта	$M_x$ , КН·м	$M_y$ , КН·м	$M_z$ , КН·м	d, мм	$[\sigma]$ , МПа
1	1,1	2.1	3,1	45	110
2	1,2	2.2	3,2	50	120
3	1,3	2.3	3,3	55	130
4	1,4	2.4	3,4	60	140
5	1,5	2.5	3,5	65	150
6	1,6	2.6	3,6	70	160
7	1,7	2.7	3,7	45	110
8	1,8	2.8	3,8	50	120
9	1,9	2.9	3,9	55	130
10	2,0	3,0	4,0	60	140

11	2,1	3,1	4,1	65	150
12	2,2	3,2	4,2	70	160
13	2,3	3,3	4,3	45	110
14	2,4	3,4	4,4	50	120
15	2,5	3,5	4,5	55	130
16	2,6	3,6	4,6	60	140
17	2,7	3,7	4,7	65	150
18	2,8	3,8	4,8	70	160
19	2,9	3,9	4,9	45	110
20	3,0	2,0	3,5	50	120
21	3,1	2,1	3,6	55	130
22	3,2	2,2	3,7	60	140
23	3,3	2,3	3,8	65	150
24	3,4	2,4	3,9	70	160
25	3,5	2,5	2,0	45	110
26	3,6	2,6	2,1	50	120

### **Источники информации:**

1. Олофинская В.П. Техническая механика. Курс лекций с примерами практических и тестовых заданий. М.: Форум, 2017г.

2. Эрдеди А.А. «Теоретическая механика»

## **Практическое занятие №16**

### **Расчет на устойчивость сжатого стержня**

**Цель работы:** Научиться рассчитывать сжатые стержни на прочность

### **Порядок выполнения расчета на устойчивость**

1. Получение сведений о материале стержня для определения предельной гибкости стержня расчетным путем или по таблице:

$$\lambda_{\text{пред}} = \sqrt{\frac{\pi^2 E}{\sigma_{\text{пц}}}}.$$

2. Получение сведений о геометрических размерах поперечного сечения, длине и способах закрепления концов для определения категории стержня в зависимости от гибкости:

$$i_{\min} = \sqrt{\frac{J_{\min}}{A}},$$

где  $A$  — площадь сечения;

$J_{\min}$  — минимальный момент инерции (из осевых);

$$\lambda = \frac{\mu l}{i_{\min}},$$

$\mu$  — коэффициент приведенной длины.

3. Выбор расчетных формул для определения критической силы и критического напряжения.

При  $\lambda_0 < \lambda < \lambda_{\text{пред}}$  — расчет по эмпирическим формулам.

При  $\lambda > \lambda_{\text{пред}}$  — расчет по формуле Эйлера.

4. Проверка и обеспечение устойчивости.

При расчете по формуле Эйлера условие устойчивости:

$$F \leq \frac{F_{\text{кр}}}{[s_y]}, \quad F_{\text{кр}} = \frac{\pi^2 E J_{\min}}{(\mu l)^2},$$

где  $F$  — действующая сжимающая сила;

$[s_y]$  — допускаемый коэффициент запаса устойчивости.

При расчете по формуле Ясинского

$$\sigma_{\text{кр}} = a - b\lambda,$$

где  $a, b$  — расчетные коэффициенты, зависящие от материала (величины коэффициентов приводятся в таблице 1)

$$F_{\text{кр}} = \sigma_{\text{кр}} A; \quad F \leq \frac{F_{\text{кр}}}{[s_y]}.$$

В случае невыполнения условий устойчивости необходимо увеличить площадь поперечного сечения.

Иногда необходимо определить запас устойчивости при заданном нагружении:

$$s_y = \frac{F_{\text{кр}}}{F}.$$

При проверке устойчивости сравнивают расчетный запас выносливости с допускаемым:

$$s_y \leq [s_y].$$

## Примеры решения задач

**Пример 1.** Рассчитать гибкость стержня. Круглый стержень диаметром 20 мм закреплен так, как показано на рис. 1.

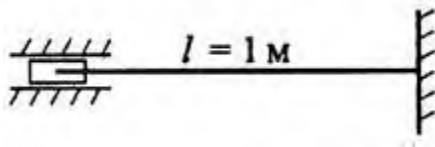


Рисунок 1

**Решение:**

1. Гибкость стержня определяется по формуле

$$\lambda = \mu l / i_{\min}.$$

2. Определяем минимальный радиус инерции для круга.  $i_{\min} = \sqrt{J_{\min}/A}.$

Подставив выражения для  $J_{\min}$  и  $A$  (сечение круг)

$$J_{\min} = \frac{\pi d^4}{64}, \quad A = \frac{\pi d^2}{4},$$

получим

$$i_{\min} = \sqrt{\frac{\pi d^4}{64} \cdot \frac{4}{\pi d^2}} = \frac{d}{4}.$$

1. Коэффициент приведения длины для данной схемы крепления  $\mu = 0,5$ .
2. Гибкость стержня будет равна

$$\lambda = \frac{0,5 \cdot 1000}{5} = 100.$$

**Пример 2.** Как изменится критическая сила для стержня, если изменить способ закрепления концов? Сравнить представленные схемы (рис. 2)

**Решение:**

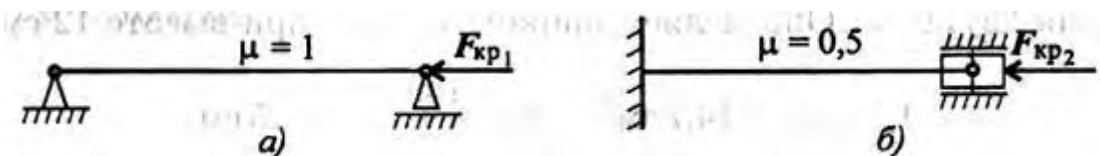


Рисунок 2

$$\frac{F_{кр1}}{F_{кр2}} = \frac{\pi^2 E J_{\min} (\mu_2 l)^2}{(\mu_1 l)^2 \pi^2 E J_{\min}};$$

$$F_{кр2} = F_{кр1} \frac{\mu_1^2}{\mu_2^2}; \quad F_{кр2} = F_{кр1} \frac{1^2}{0,5^2}.$$

$$F_{кр2} = 4 F_{кр1}.$$

Критическая сила увеличится в 4 раза.

**Пример 3.** Как изменится критическая сила при расчете на устойчивость, если стержень двутаврового сечения (рис. 3а, двутавр № 12) заменить стержнем прямоугольного сечения той же площади (рис. 3б)? Остальные параметры конструкции не меняются. Расчет выполнить по формуле Эйлера.

### Решение

Определим ширину сечения прямоугольника, высота сечения равна высоте сечения двутавра. Геометрические параметры двутавра № 12 по ГОСТ 8239-89 следующие:

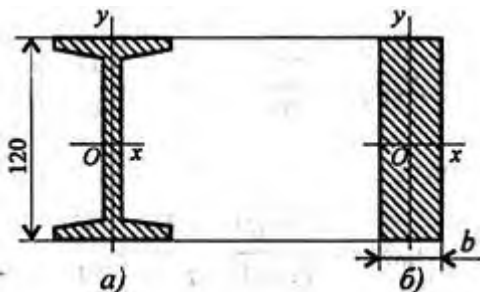
Рисунок 3

площадь сечения  $A_I = 14,7 \text{ см}^2$ ;

минимальный из осевых моментов инерции .  $J_y = 27,9 \text{ см}^4$ .

По условию площадь прямоугольного сечения равна площади сечения двутавра. Определяем ширину полосы при высоте 12 см.

$$A_2 = bh = 14,7 \text{ см}^2; \quad b = \frac{14,7}{12} = 1,225 \text{ см}.$$



2. Определим минимальный из осевых моментов инерции.

$$J_{\min 2} = J_{y2} = \frac{hb^3}{12}; \quad J_{y2} = \frac{12(1,225)^3}{12} = 1,84 \text{ см}^4.$$

3. Критическая сила определяется по формуле Эйлера:

$$F_{кр} = \frac{\pi^2 E J_{\min}}{(\mu l)^2}.$$

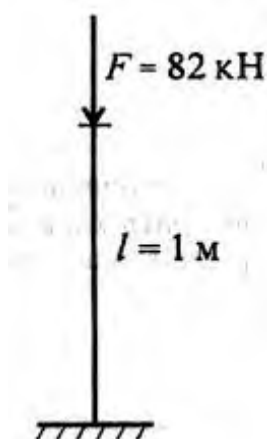
4. При прочих равных условиях отношение критических сил равно отношению минимальных моментов инерции:

$$\frac{F_{кр1}}{F_{кр2}} = \frac{27,9}{1,84} \cong 15.$$

5. Таким образом, устойчивость стержня с сечением двутавр № 12 в 15 раз выше, чем устойчивость стержня выбранного прямоугольного сечения.

**Пример 4.** Проверить устойчивость стержня. Стержень длиной 1 м заземлен одним концом, сечение — швеллер № 16, материал — Ст3, запас устойчивости трехкратный. Стержень нагружен сжимающей силой 82 кН (рис. 4).

**Решение:**



1. Определяем основные геометрические параметры сечения стержня по ГОСТ 8240-89. Швеллер № 16: площадь сечения  $18,1 \text{ см}^2$ ; минимальный осевой момент сечения  $63,3 \text{ см}^4$ ; минимальный радиус инерции сечения  $r_{\text{т,п}} = 1,87 \text{ см}$ .

2. Определяем категорию стержня в зависимости от гибкости.

Предельная гибкость для материала Ст3  $\lambda_{\text{пред}} = 100$ .

Расчетная гибкость стержня при длине  $l = 1 \text{ м} = 1000 \text{ мм}$

$$\lambda = \frac{2 \cdot 1000}{18,7} = 106,95.$$

Рисунок 4

Рассчитываемый стержень — стержень большой гибкости, расчет ведем по формуле Эйлера.

$$F_{\text{кр}} = \frac{\pi^2 E J_{\text{мин}}}{(\mu l)^2}; \quad F_{\text{кр}} = \frac{3,14^2 \cdot 2 \cdot 10^5 \cdot 63,3 \cdot 10^4}{(2 \cdot 1000)^2} = 312\,000 \text{ Н} = 312 \text{ кН}.$$

3. Допускаемая нагрузка на стержень

$$[F] = F_{\text{кр}} / [s_y].$$

$$[F_y] = \frac{312}{3} = 105,5 \text{ кН}.$$

4. Условие устойчивости

$$F \leq [F_y];$$

$82 \text{ кН} < 105,5 \text{ кН}$ . Устойчивость стержня обеспечена.

**Пример 5.** На рис. 5 показана расчетная схема трубчатой стойки самолетной конструкции. Проверить стойку на устойчивость при  $[n_y] = 2,5$ , если она изготовлена из хромоникелевой стали, для которой  $E = 2,1 \cdot 10^5$  и  $\sigma_{\text{шт}} = 450 \text{ Н/мм}^2$ .

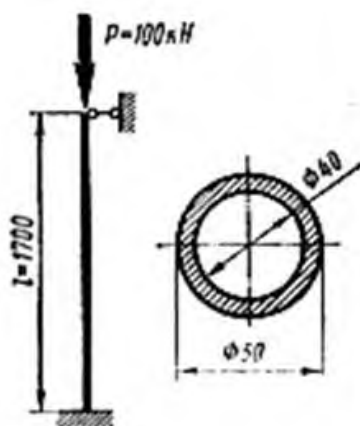


Рисунок 5

### Решение:

Для расчёта на устойчивость должна быть известна критическая сила для заданной стойки. Необходимо установить, по какой формуле следует вычислять критическую силу, т. е. надо сопоставить гибкость стойки с предельной гибкостью для её материала.

Вычисляем величину предельной гибкости, так как табличных данных о  $\lambda_{\text{пред}}$  для материала стойки не имеется:

$$\lambda_{\text{пред}} = \pi \sqrt{E/\sigma_{\text{пл}}} = 3,14 \sqrt{2,1 \cdot 10^5 / 450} = 67,5.$$

Для определения гибкости рассчитываемой стойки вычисляем геометрические характеристики ее поперечного сечения:

$$\begin{aligned} J &= (\pi d^4 / 64) [1 - (d_0/d)^4] = (3,14 / 64) 50^4 [1 - (40/50)^4] = \\ &= 181 \cdot 10^3 \text{ мм}^4; \\ F &= (\pi d^2 / 4) [1 - (d_0/d)^2] = (3,14 / 4) 50^2 [1 - (40/50)^2] = 705 \text{ мм}^2; \\ i &= \sqrt{J/F} = \sqrt{181 \cdot 10^3 / 705} = 16,0 \text{ мм}. \end{aligned}$$

Определяем гибкость стойки:

$$\lambda = \mu l / i = 0,7 \cdot 1700 / 16 = 74,3$$

и убеждаемся, что  $\lambda < \lambda_{\text{пред}}$ , т. е. критическую силу можно определить по формуле Эйлера:

$$\begin{aligned} P_{\text{кр}} &= \pi^2 EJ / (\mu l)^2 = 3,14^2 \cdot 2,1 \cdot 10^5 \times \\ &\times 181 \cdot 10^3 / (0,7 \cdot 1700)^2 = \\ &= 263 \cdot 10^3 \text{ Н} = 263 \text{ кН}. \end{aligned}$$

Вычисляем расчетный (действительный) коэффициент запаса устойчивости:

$$n_y = P_{\text{кр}} / P = 263 / 100 = 2,63.$$

Таким образом,  $n_y > [n_y]$  на 5,2%.

### Пример 6.

Определить критическую нагрузку для сжатого стального стержня, имеющего прямоугольное поперечное сечение  $4 \times 6$  см. Концы стержня шарнирно закреплены. Длина стержня  $l = 0,8$  м.

### Решение.

Вычисляем минимальный радиус инерции поперечного сечения стержня:

$$i_{\text{мин}} = \sqrt{\frac{I_{\text{мин}}}{A}} = \sqrt{\frac{6 \cdot 4^3}{12} \cdot \frac{1}{6 \cdot 4}} = \frac{2}{\sqrt{3}} \text{ см}.$$

Согласно рисунку принимаем  $\mu = 1$ .

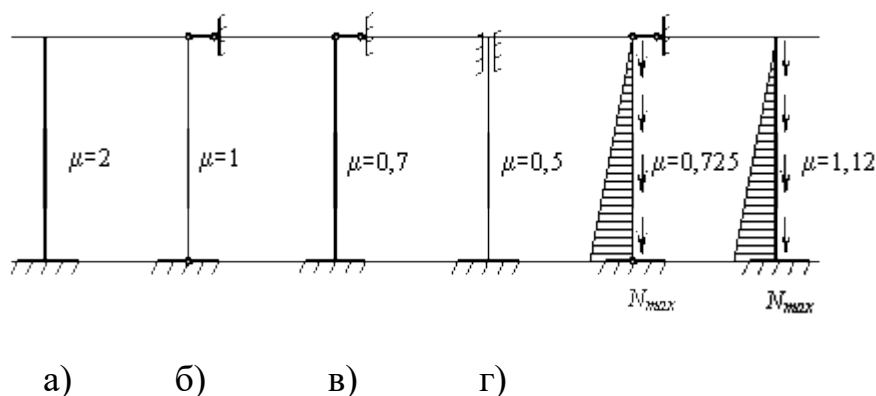


Рисунок 6 – Схемы закрепления концов балки

Находим значение гибкости сжатого стержня:

$$\lambda = \frac{\mu l}{i_{\min}} = \frac{1 \cdot 80}{2} \sqrt{3} = 69,5.$$

Так как  $\lambda = 69,5 < \lambda_{cr} = 100$ , то для вычисления критического напряжения  $\sigma_{cr}$  используем формулу Ясинского  $\sigma_{cr} = a - b\lambda + c\lambda^2$ , предварительно выписав из таблицы (справочные данные) коэффициенты  $a = 310$  МПа,  $b = 1,14$  МПа,  $c = 0$ :

$$\sigma_{cr} = 310 - 1,14 \cdot 69,5 = 230,77 \text{ МПа}$$

и тогда  $F_{кр} = \sigma_{cr} A = 230,77 \cdot 0,04 \cdot 0,06 = 0,55 \text{ мН} = 550 \text{ кН}$ .

### Пример 7.

Определить критическую силу для деревянной стойки прямоугольного поперечного сечения  $10 \times 20$  см и длиной 8 м, если оба конца стойки шарнирно закреплены. Материал стойки – сосна с модулем продольной упругости  $E = 0,1 \cdot 10^5$  МПа.

### Решение:

Согласно рисунку, приведенному в предыдущем примере принимаем  $\mu = 1$ .

$$\lambda = \frac{1 \cdot 8}{\sqrt{\frac{0,2 \cdot 0,1^3}{12 \cdot 0,1 \cdot 0,2}}} = 277 > \lambda_{cr} = 61.$$

Определяем гибкость стойки

Следовательно, для определения критической силы будем применять

формулу Эйлера

$$F_{cr} = \frac{3,14^2 \cdot 0,1 \cdot 10^5}{(1 \cdot 8)^2} \cdot \frac{0,2 \cdot 0,1^3}{12} = 0,02568 \text{ мН} = 25,68 \text{ кН}.$$

**Ответ:**  $F_{cr} = 25,68 \text{ кН}$ .

Таблица 1 - Расчетные коэффициенты, зависящие от материала стержня

№ п/п	Материал	$E$ , ГПа	$a$	$b$	$c$	$\lambda_{\text{пш}}$ ( $\lambda_1$ )	$\lambda_{\text{пред}}$ ( $\lambda_2$ )
			МПа				
1	Сосна	10	40	0,203	–	60	–
2	Сталь Ст3	200	310	1,14	–	100	61
3	Ст5, сталь 30	200	464	3,26	–	90	60
4	15ХСНД (НЛ2)	200	589	3,82	–	100	60
5	Авиаль АВТІ	70	320	1,70	–	55	22
6	Дюралюминий Д16Т	70	380	2,19	–	50	20
7	Чугун	120	776	12	0,053	80	–

**Задание** Определить критическую нагрузку для сжатого стального стержня или деревянной стойки, имеющего прямоугольное поперечное сечение  $a \times b$  (см). Концы стержня шарнирно закреплены. Длина стержня  $l$  (м).

## Исходные данные для практической работы №16

№ варианта	1	2	3	4	5	6	7	8	9	10	11	12	13	14
Сечение $a \times b$ (см)	11×12	5×6	11×13	5×7	10×12	8×6	10×15	5×9	10×13	6×6	12×12	7×7	12×14	5×6
Схема закрепления конца стержня (рис.6)	а	б	в	г	а	б	в	г	а	б	в	г	а	б
Длина стержня $l$ (м)	5	1,3	6	1,1	7	1,0	5,5	1,4	4,5	1,2	6,3	1,4	5,3	0,9
Материал стержня (бруса)	Сосна	Ст30	Сосна	Ст5	Сосна	Чугун	Сосна	Ст3	Сосна	Чугун	Сосна	Ст5	Сосна	Чугун
№ варианта	15	16	17	18	19	20	21	22	23	24	25	26	27	28
Сечение $a \times b$ (см)	5×8	13×13	5×7	12×15	6×8	10×12	6×6	13×15	5×7	14×14	4×6	12×14	7×7	10×15

Схема закрепления конца стержня (рис.6)	а	б	в	г	а	б	в	г	а	б	в	г	а	б
Длина стержня $l$ (м)	0,85	7	1,34	5,7	1,15	6,4	0,86	6,75	1,35	7,3	1,4	5,55	0,95	6,55
Материал стержня (бруса)	Ст5	Сосна	Чугун	Сосна	Ст3	Сосна	Чугун	Сосна	Ст5	Сосна	Ст30	Сосна	Ст30	Сосна

#### Источники информации:

[https://yandex.ru/video/preview/?text=Расчет+на+устойчивость+сжатого+стержня&path=wizard&parent-reqid=1607184619999966-465085252844046825300331-prestable-app-host-sas-web-yp-174&wiz\\_type=vital&filmId=1663837282572641568&url=http%3A%2F%2Fwww.youtube.com%2Fwatch%3Fv%3DWa\\_C7cz4sAc](https://yandex.ru/video/preview/?text=Расчет+на+устойчивость+сжатого+стержня&path=wizard&parent-reqid=1607184619999966-465085252844046825300331-prestable-app-host-sas-web-yp-174&wiz_type=vital&filmId=1663837282572641568&url=http%3A%2F%2Fwww.youtube.com%2Fwatch%3Fv%3DWa_C7cz4sAc)  
<https://yandex.ru/video/preview/?filmId=3760363899166313600&from=tabbar&parent-reqid=1607236733564955-1033586498442241609700331-prestable-app-host-sas-web-yp-41&text=устойчивость+сжатых+стержней+пример+решения&url=http%3A%2F%2Fwww.youtube.com%2Fwatch%3Fv%3DNqgxUYr4Uo8>

## Раздел 4. Направленность контрольно-оценочных материалов для итоговой аттестации по учебной дисциплине

### 4.1. Направленность освоенных умений на формирование ПК и ОК

Коды проверяемых умений	Коды компетенций, на формирование которых направлены умения
У1	ОК 1; ОК 3; ОК 4; ОК 5; ОК 6; ОК 7 ПК 1.1; ПК1.2; ПК1.3; ПК1.4; ПК 2.3.
У2	ОК 1; ОК 3; ОК 4; ОК 5; ОК 6; ОК 7 ПК1.2; ПК1.3; ПК1.4; ПК 2.2; ПК2.3.
У3	ОК 1; ОК 3; ОК 4; ОК 5; ОК 6; ОК 7 ПК 1.1; ПК1.2; ПК1.3; ПК1.4; ПК 2.2; ПК2.3; ПК2.4, ПК3.4.

#### 4.2. Направленность усвоенных знаний на формирование ПК и ОК

Коды проверяемых знаний	Коды компетенций, на формирование которых направлены знания
31	ОК 1; ОК 2, ОК 3, ОК 4, ОК 5; ПК 1.1-ПК 1.5; ПК 2.2-ПК 2.4; ПК 3.4
32	ОК 1; ОК 2, ОК 3, ОК 4, ОК 5; ПК 1.1-ПК 1.5; ПК 2.2-ПК 2.4; ПК 3.4
33	ОК 2, ОК 3, ОК 4, ОК 5; ОК 6; ОК 7; ПК 1.1-ПК 1.5; ПК 2.2-ПК 2.4; ПК 3.2-ПК 3.4